**Հունվարի մաթեմատիկայի ֆլեշմոբին առաջադրված խնդիրների լուծումներ**

**Չորրորդ մակարդակ**

1. Ենթադրենք a-ն b-ն c-ն եւ d-ն քառանիշ թվի թվանշաններ են: Այդ դեպքում քառանիշ թիվը կարող ենք ներկայացնել

1000a + 100b + 10c + d տեսքով:

Հեշտ է տեսնել որ ցանկացած a > 0 եւ b թվանշանների դեպքում1000a եւ 100b թվերը բաժանվում են 25 -ի: Հետեւաբար`

 1000a + 100b + 10c + d թիվը կբաժանվի 25 -ի միայն այն դեպքում, եթե 10c + d երկնիշ թիվը բաժանվի 25 -ի: Ուրեմն`

10c + d = 25 կամ 10c + d = 50 կամ 10c + d = 75,

Կամ քառանիշ թիվը վերջանում է 00 -ով:

Փորձենք թե այս դեպքերից որոնք կբավարարեն սքանչելի թվի սահմանման մյուս երկու պայմաններին:

 Ակնհայտ է, որ թիվը 00 -ով վերջանալու դեպքում խախտվում է երկրորդ պայմանը` a + b + c + d -ն չի բաժանվի 25 -ի, քանի որ a եւ b թվանշանների գումարը չի կարող բաժանվել 25 -ի:

10c + d = 25 դեպքում, որպեսզի a + b + c + d -ն բաժանվի 25 -ի, a -ն եւ b -ն երկուսն էլ պետք է լինեն 9: Այսինքն քառանիշ թիվը պետք է լինի 9925-ը, սակայն այս դեպքում խախտվում է սքանչելի թվի սահմանման երրորդ պայմանը` թվանշանների արտադրյալը 810 է, որը չի բաժանվում 25-ի:

Հեշտ է տեսնել, որ 10c + d = 50 դեպքում խախտվում է երկրորդ պայմանը քանի որ a + b + c + d -ն չի կարող բաժանվել 25 -ի:

10c + d = 75 դեպքում երկրորդ պայմանի տեղի ունենալու համար a + b գումարը պետք է հավասար լինի 13 -ի: Դա կարող է լինել եթե a -ն եւ b -ն հետեւյալ զույգերից ուեւէ մեկն է

(4, 9), (9, 4), (5, 8), (8, 5), (6, 7), (7, 6)

 Հեշտ է տեսնել, որ երրորդ պայմանը տեղի ունի միայն (5, 8), (8, 5) զույգերի դեպքում: Ուստի քառանիշ սքանչելի թվերն են միայն 5875 եւ 8575 թոերը:

**Ստեփան Մարգարյան**

**Արշակ Մարտիրոսյան**

**Պատասխան՝ 5875 և 8575:**

1. MAK անկյունը նշանակենք β-ով: Որեմն β կլինի նաեւ MKL անկյունը: Այնուհետեւ ընդլայնենք գծագիրը` ABCD քառակուսուն աջից կցագրենք DCRQ քառակուսին, P կետը տեղադրենք RQ կողմի վրա, իսկ L-ը` BC-ի վրա այնպես, որ PQ = 1 եւ BL = 1: K կետը միացնենք P եւ N կետի հետ, C կետը միացնենք P-ի հետ: Քանի որ MKN անկյունը 450 է, ապա MKL անկյունը կլինի (45- β)0: Համաձայն եռանկյունների հավասարության երրորդ հայտանիշի KLC, CRQ եւ CNQ եռանկյունները հավասար են: Հեշտ է տեսնել, որ RCP եւ CPN անկյունները եւս (45- β)0 են, իսկ LCK եւ CPR անկյունները (45+ β)0 են: Հետեւաբար KCP անկյունը 900 է: Քանի որ KCP եռանկյունը հավասարասրուն է, ապաակնհայտ է, որ CKP եւ CDK անկյունները երկուսն էլ 450 են: Ուրեմն NPK, ինչպես նաեւ PKQ անկյունները երկուսն էլ β են:



Քանի որ AK = PQ, ապա համաձայն եռանկյունների հավասարության երկրորդ հայտանիշի AMK եվ KPQ եռանկյունները հավասար են: Դա նշանակում է, որ BM = 2:

**Ստեփան Մարգարյան**

C կետը միացնենք A և M կետերին: CAM անկյունը կլինի 45 աստիճան: Ստացանք, որ CM հատվածը A և K կետերից երևում է նույն՝ 45 աստիճանի անկյան տակ:



Ուրեմն այդ չորս կետերը գտնվում են նույն շրջանագծի վրա և AKCM քառանկյանը կարելի է արտագծել շրջանագիծ: Այդպիսի քառանկյան հանդիպակաց անկյունների գումարը 180 աստիճան է: Հետրաբար KCM անկյունը կլինի ուղիղ անկյուն և KCM եռանկյունը կլինի հավասարասրուն եռանկյուն՝ KC=CM: Դիտարկենք CBM և CDK եռանկյունները: Երկուսն էլ ուղղանկյուն եռանկյուններ են, ունեն հավասար ներքնաձիգներ՝ KC և CM, և մեկական հավասար էջեր՝ CD և BC: Ստացանք, որ այդ եռանկյունները հավասար են, հետևաբար հավասար են նաև նրանց երրորդ կողմերը՝ BM=KD=2: Հեշտ է տեսնելը, որ AD կողմի վրա K կետի դիրքը կարևոր չէ՝ միշտ կստանանք BM=DK:

Այս խնդրի հետ կարելի է շարունակել աշխատել, ինչպես 3-րդ մակարդակի 10-րդ [խնդրի](https://gevorgh.wordpress.com/2020/02/23/%D5%B0%D5%B8%D6%82%D5%B6%D5%BE%D5%A1%D6%80%D5%AB-%D6%86%D5%AC%D5%A5%D5%B7%D5%B4%D5%B8%D5%A2%D5%AB-3-%D6%80%D5%A4-%D5%B4%D5%A1%D5%AF%D5%A1%D6%80%D5%A4%D5%A1%D5%AF%D5%AB-10-%D6%80%D5%A4-%D5%AD%D5%B6/) հետ:

**Գևորգ Հակոբյան**

**Պատասխան՝ 2:**

1. Հետևելով 1-երով գրված թվերի քառակուսիներին կնկատենք հետևյալ հետաքրքիր օրինաչափությունը*.*

12 = 1

112 = 121

1112 = 12321

11112 = 1234321

111112 = 123454321

1111112 = 12345654321

**…… ……**

111 111 1112 = 12345678987654321

Այսինքն թվերն սկսում են դասավորվել հերթականությամբ՝ բնական թվերի աճման կարգով, սկսված 1- ից մինչև այն թիվը, որքան որ թվանշանների քանակն է (1–երի քանակն է), և դրանից հետո նվազման կարգով մինչև 1:

Մեզ մնում է հաշվել 12345678987654321 թվանշանների գումարը:

 1 + 9

 2 + 8

 3 + 7

4 + 6 + 1 = 80 + 1 = 81

5 + 5

 6 + 4

 7 + 3

 8 + 2

**Նունե Թեմուրյան**

**Պատըասխան՝ 81**

1. Ինչպես երևում է նկարից, ներգծված շրջանագիծը կիսաշրջանի հետ հատվում է նրա O կենտրոնում, որտեղից էլ հետևում է, որ այն՝ (կապույտ ներգծված ծրջանագիծը), կիսաշրջանին ներգծված ամենամեծ հնարավոր շրջանագիծն է, այսինքն տրամագիծը՝ 2\* r -ը հավասար է կիսաշրջանի շառավղին՝ R-ին:



Տրված է. r = OOI = 2 սմ

r = 2 սմ  *R = OD = OA = 2\* r = 2\* 2 = 4 սմ*

Sկիսաշրջ.**/** Sներկված Sկիսաշրջ.*=* π \* R2/2Sկիսաշրջ*.=* π \* 42 / 2 *=* 8π

Sշրջանագ*.=* π \* r 2Sշրջանագ*.=* π \* 22*=* 4π

Ներկված մասի մակերեսը գտնելու համար մենք պետք է կիսաշրջանի մակերեսից հանենք շրջանագծի մակերեսը:

Sներկված  = Sկիսաշրջ. - Sշրջանագ

Sներկված  = 8π  *-* 4π  *=* 4π

Sկիսաշրջ.**/** Sներկված *=* 8π  ***/*** 4π *=* 2

**Նունե Թեմուրյան**

**Զարինե Փանյան**

**Պատասխան՝ 2:**

1. Տրված թիվը 8 - ի բաժանելու համար կարելի է յուրաքանչյուր գումարելին առանձին առանձին բաժանել 8-ի և ստացված արդյունքները գումարել: Այսինքն՝

(30+31+32+33+34+...+32020):8=30:8+31:8+32:8+33/8+34:8+...32020:8

Այժմ ներկայացնենք առանձին գումարելիները հետևյալ տեսքով՝

30**:**8 *=* 1**:**8 *=* 0 (1 մնացորդ)

31 **:**8 *=* 3**:**8 *=* 0(3 մնացորդ)

32 **:**8 *=* 9**:**8  *=* 1 (1 մնացորդ)

33**:**8 *=* 27**:**8 *=* 3 (3 մնացորդ)

34 **:**8 *=* 81**:**8 *=* 8 (1 մնացորդ)

***….. …….***

Նկատում ենք, որ բոլոր մնացորդները 1 կամ 3 են, որոնք հերթով հաջորդում են միմյանց, ընդ որում զույգ ցուցիչով բաժանելիների դեպքում արդյունքում մնացորդը 1 է, իսկ կենտի դեպքում 3:

Յուրաքանչյուր 4- ական գումարելիների մնացորդների գումարից ստացվում է 8, որն ամբողջությամբ բաժանվում է 8-ի՝ 1+3+1+3*=*8 :

Նկատենք*,* որ դիտարկվող գումարի գումարելիների քանակը 2021 է: Հետևաբար հաշվելով. 2021:4 *=* 505 (1 մնացորդ):

Պատասխանն ակնհայտ է դառնում՝ 1 մնացորդ:

**Նունե Թեմուրյան**

**Լիաննա Հակոբյան**

**Պատասխան՝ 1:**

1. Քանի որ a, b, c եւ d թվերը դրական են, ապա ակնհայտ է, որ

y = a, y = -b, x = -c եւ x = d

հավասարումներով որոշված ուղիղների հատումից առաջացած ուղղանկյան կողմերը կլինեն a + b եւ c + d: Ուստի ուղղանկյան մակերեսը կլինի (a + b)(c + d):

**Ստեփան Մարգարյան**

**Լուսինե Ներսեսյան**

**Պատասխան՝ (a + b)(c + d):**

1. Հավասարումից բխում է, որ

$5|x|+8$ = $x^{2}-16$

Հետեւաբար անհրաժեշտ է լուծել հետեւյալ հավասարումը`

$x^{2}- 5\left|x\right|-24$ = 0

Քանի որ $x$ փոփոխականը մոդուլով է, ապա լուծման համար թվային առանցքը բաժանում ենք երկու միջակայքերի` դրական եւ բացասական կիսառանցքների, եւ լուծումը փնտրում ենք այդ միջակայքերում առանձին- առանձին:

Բացասական կիսառանցքում` $x$ < 0 մոդուլը բացում ենք բացասական նշանով`

$x^{2}+ 5x-24$ = 0

Այս հավասարման արմատներն կլինեն -8 եւ 3 թվերը: Քանի որ լուծումը փնտրում ենք բացասական կիսառանցքում, ապա արմատը կլինի միայն -8-ը:

Ոչ բացասական` $x$ ≥ 0 կիսառանցքում մոդուլը դրական նշանով է բացվում:

$x^{2}- 5x-24$ = 0

Հավասարման արմատներն են -3 եւ 8 թվերը: Քանի որ $x$ ≥ 0 , ապա կունենանք միայն 8-ը: Հետեւաբար արմատների արտադրյալը կլինի -64:

**Ստեփան Մարգարյան**

**Պատասխան՝ -64:**

1. Եթե կրկնակի անհավասարումը գծային չի, ապա ավելի հեշտ եւ հասկանալի կլինի, եթե այն ներկայացնենք տրվածին համարժեք համակարգի միջոցով`

$$\left\{\begin{array}{c} (x – 2)^{2} >1\\(x – 2)^{2} <25\end{array}\right.$$

Լուծենք որպես սովորական քառակուսի անհավասարումներ: Ձեւափոխելով` կստսնսնք

$$\left\{\begin{array}{c} x^{2}-4x+3 >0\\x^{2}-4x-21<0\end{array}\right.$$

Առաջին անհավասարմանը բավարարում են $($-∞; 1$)$ ∪ $($3 ; +∞$)$ միջակայքի թվերը, իսկ երկրորդին` $($-3; 7$)$ միջակայքի թվերը:

Հետեւաբար համակարգի լուծումները կլինեն $($-3; 1$)$ ∪ $($3 ; 7$)$ միջակայքի թվերը: Ակնհայտ է, այս միջակայքում ամբողջ թվեր են -2, -1, 0, 4, 5, 6 թվերը: Ուստի նրանց գումարւ կլինի 12:

**Սռեփան Մարգարյան**

**Պատասխան՝ 12:**

1. AC հիմքին տանենք BD=H բարձրությունը և հաշվենք այն:



Քանի որ հավասարասրուն եռանկյան հիմքին տարված բարձրությունը նաև կիսորդ է և միջնագիծ, հետևաբար՝ AD=DC=32/2=16 սմ

Դիտարկենք BCD ուղղանկյուն եռանկյունը:

H2= BC2 – DC2

H2= 202 – 162 = 400 – 256 = 144

H = 12 սմ

Այժմ դիտարկենք MBC ուղղանկյուն եռանկյունը:

Ուղղանկյուն եռանկյան ուղիղ անկյան գագաթից ներքնաձիգին տարված բարձրությունը ներքնաձիգի վրա էջերի պրոեկցիաների համեմատական միջինն (երկրաչափական միջին) է: H = √ MD× DC

H2 = MD× DC;

MD= H2 / DC MC= MD+DC= 9+16= 25 սմ

MD= 122 / 16 =144 / 16 = 9 *;* AM= AC-MD= 32-25 = 7 սմ

**Նունե Թեմուրյան**

 **Պատասխան՝ 25 սմ , 7 սմ :**

1. Գծենք ACB C ուղիղ անկյունով ուղղանկյուն եռանկյուն:



Այնուհետև գծենք C կենտրոնով և CB շառավղով շրջանագիծ, որը ներքնաձիգի հետ կհատվի D կետում, տես նկարը:

Ոււղանկյուն եռանկյան մեջ, եթե հայտնի են էջերը կարող ենք գտնել ներքնաձիգի երկարությունը Պյութագորասի թեորեմի օգնությամբ, այն է.

Ուղղանկյուն եռանկյան ներքնաձիգի քառակուսին հավասար է էջերի քառակուսիների գումարին:AB 2 = 152 +82, AB=17

Նկատենք, որ եռանկյուն DCB-ն հավասարասրուն է, տանենք CE բարձրությունը: Եռանկյուն DCB-ից կունենանք՝ cosB=EB/CB=EB/8

Մյուս կողմից եռանկյուն ACB-ից կունենանք՝ sinB=AC/AB=15/17

հիշենք, որ sin2 B+cos2 B=1, (15/17)2+(EB/8)2=1 EB=64/17

CDB հավասարասրուն եռանկյուն է(CD=CB շառավիղներ են) , ուստի DE=EB=2x64/17=128/17=$7\frac{9}{17}$

**Լիանա Հակոբյան**

**Լուսինե Ներսեսյան**

**Երկրորդ եղանակ**

Խնդիրը լուծլուց առաջ սովորողների հետ կքննարկենք շրաջանագծին տրվաշ կետից տարված շոշոփողը, նույն կետից տարված շոշոփողի և հատողի կապը՝ ամբողջ հատողի և շրաջանագծից դուրս գտնվող մասին արտադրյալը հավասար է շոշափողի քառակուսուն: Եվ, որպես հետևանք, նույն կետից շրջանագծին տարված երկու հատողների մասին:



Ուղղանկյուն եռանկայն AB ներքնաձիգի երկրությունը կլինի 17: AC էջը շարոնակենք, մինչև շրջանագծի հետ կհատվի H կետում: Ստացանք՝ A կետից շրաջանագծին տարված են երկու հատող՝ AH, AB: Վերևում նշված հատկության համաձայն AHxAF=ABxAD: Դժցար չէ ստանալ, որ AH=15+8=23, AF=15-8=7: Ստացված հավասարումից կհաշվենք AD-ն, հետո էլ BD-ն:

**Գևորգ Հակոբյան**

**Պատասխան՝** $7\frac{9}{17}$ **:**