**Մարտի ֆլեշմոբի խնդիրների լուծումներ**

**Չորրորդ մակարդակ**

1․ **Եռանկյան երեք գագաթներին կանգնած են մեկական մրջյուն։ Ժամանակի միևնույն պահին նրանք սկսում են շարժվել եռանկյան կողմերով, միևնույն արագությամբ, պատահական ուղղությամբ։ Որքա՞ն է հավանականությունը, որ մրջյունները չեն հանդիպի։**

Որպեսզի մրջյուննեը չհանդիպեն անհրաժեշտ է, որ շարժվեն միևնույն ուղղությամբ։

Չհանդիպելու հավանականությունը կլինի միևնույն ուղղությամբ շարժման դեպքերի քանակի հարաբերությունը շարժման բոլոր հնարավոր դեպքերի քանակին։

Բոլորի միևնույն ուղղությամբ շարժման դեպքերի քանակը 2 է, քանի որ եռանկյան գագաթից շարժման երկու հնարավոր տարբերակ կա և շարժման ուղղությունները նույնն է։

Քանի որ յուրաքանչյուր գագաթից շարժման 2 հնարավոր տարբերակ կա և գագաթների քանակը 3 է, ապա շարժման բոլոր հնարավոր դեպքրի քանակը կլինի՝ 2\*2\*2=8:

Հավանականությունը կլինի՝ 2/8=1/4=0.25

**Սարգիս Ղուկասյան**

Ունենք մրջյունների շարժման 2 տարբերակ ՝ կամ շարժվում են բոլորը ժամացույցի սլաքի ուղղությամբ, կամ ժամացույցի սլաքին հակառակ ուղղությամբ, հակառակ դեպքում մրջյունների բախումը անխուսափելի է :

Ենթադրենք 1 մրջյունը որոշում է ինչ ուղղությամբ գնալ, մյուս 2 մրջյունները հետևում են 1 մրջյունի օրինակին և շարժվում են նրա հետևից :

Յուրաքանչյուր մրջյուն ունի 2 տարբերակ կամ գնում է 1 մրջյունի հետևից կամ հակառակը, այսինքն՝ հավանականությունը է : Դա ենթադրում է , որ բախման խուսափելու հավանականությունը x = է :

2 տարբերակ

Յուրաքանչյուր մրջյուն ունի 2 տարբերակ շարժման , կա՛մ ժամացույցի հակառակ ուղղությամբ, կա՛մ ժամացույցի ուղղությամբ :

Ունեցանք , որ ընդհանուր կոմբինացիան 2 x 2 x 2 = 8 է :

Քանի որ ունենք 2 տարբերակ (կա՛մ ժամացույցի հակառակ ուղղությամբ, կա՛մ ժամացույցի ուղղությամբ) հետևաբար ՝ = =0,25%

**Լյովա Սարգսյան**

**Պատասխան՝ ¼։**

2․ **Արամը թվարկում է բնական թվերը հերթականությամբ՝ բացառելով 5-ի բոլոր բազմապատիկները: Արդյունքում ստացվեց հետևյալ հաջորդականությունը՝ 1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9, 11, 12, 13, 14, 16, 17, . . .։ Հաջորդականության որերո՞րդ անդամը կլինի 2023 թիվը:**

Նկատենք որ 2023+2=2025, որը 5-ի բազմապատիկ է։

1-ից մինչև 2025 թվերը կա 5 բնական թվից բաղկացած 405 խումբ` 2025:5=405: Հաջորդականության մեջ ամեն 4 թիվը գրելուց հոտ 5-րդ անդամը դուրս է գալիս։ Քանի որ 2024-ը նույնպես թվարկված չէ ուստի 2023-ը կլինի հաջորդականության 1619-րդ անդամը՝ 405x4-1=1619 :

**Անի Միրզոյան**

Ունենք 2023 թիվը,որին հաջորդող բազմապատիկ թիվն է 2025-ը: Հաշվենք 5-ի բազմապատիկները մինչև 2025 թիվը ներառյալ՝ 2025:5=405 հատ, այսինքն 2025-ը 405 –րդ բազմապատիկն է 5-ի:Այսինքն եթե հանենք 5-ի բազմապատիկները և 2024 թիվը ,ապա 2023 թիվը կլինի՝405 × 4 − 1 = **1619** անդամը:

**Արշակ Մարտիրոսյան**

Գտնենք, թե կամայական n բնական թիվը այս հաջորդականության որերորդ անդամը կլինի։ Մինչև n թիվը ներառյալ կա [n/5] հատ թիվ, որ 5-ի բազմապատիկ է, այստեղ [n/5]-ը n/5 թվի ամբողջ մասն է;։ Հաջորդականության մեջ n բնական թվի համարը կլինի n-[n/5]։

2023-ի դեպքում կունենանք 2023-[2023/5]=2023-404=1619

**Գևորգ Հակոբյան**

**Պատասխան՝ 1619։**

3․ **x-ը m և 9 թվերի թվաբանական միջինն է, y-ը՝ 2m և 15 թվերի թվաբանական միջինը, z-ը՝ 3m և 18 թվերի թվաբանական միջինը, ի՞նչի է հավասար x, y, z թվերի թվաբանական միջինը։**

Ըստ պայմանի , եթե x-ը m և 9 թվերի թվաբանական միջինն է   
 ապա ` x=(m+9)/2 :

Նման ձևով ներկայացնենք նաև `   
 y=(2m+15)/2 , z=(3m+18)/2

x, y, z թվերի թվաբանական միջինը կլինի՝   
  
===m+7

**Սյուզի Հակոբյան**

Կազմենք պայմանին համապատասխանող հավասարում և լուծենք այն․

x =

y=

z=

= = = m+7

**Հասմիկ Իսրայելյան**

**Պատասխան՝ m+7։**

4․ **Չորս ընկերներ ուզում են հաշվել իրենց մաթեմատիկական գրքրերի քանակը: Հայտնի է, որ առաջինի գրքրեը կազմում են ամբողջ գրքրեի 1/10-ը, երկրորդը 12-ով ավելի գիրք ունի, քան առաջինը, երրորդն ունի մեկ գիրք ավելի, քան առաջինը, իսկ չորրորդի գրքերը՝ երրորդ ընկերոջ գրքերի քանակի կրկնակին է: Չորս ընկերները միասին քանի՞ մաթեմատիկական գիրք ունեն։**

Խնդիրը լուծենք x-երի միջոցով: Ամբողջ գրքերի քանակը ,եթե նշանակենք x-ով,ապա՝ առաջին ընկերոջ գրքերի քանակը կլինի՝ 1/10x, մնացածները համապատասխանաբար՝ 1/10x+12, 1/10x+1, (1/10x+1)2, հավասրումը կունենա հետևյալ տեսքը՝

Բազմապատկենք բոլոր մասերը 10-ով՝

X+x+120+x+10+2x+20=10x

5x=150

X=30  
այսինքն 4 ընկերները կունենան **30 գիրք**

**Արշակ Մարտիրոսյան**

Բոլոր գրքերի քանակը նշանակենք - x

Առաջին ընկերոջ գրքերի քանակը կլինի - x/10

Երկրորդ ընկերոջ գրքերի քանակը - x/10+12

Երրորդ ընկերոջ գրքերի քանակը - x/10+1

Չորրորդ ընկերոջ գրքերի քանակը - 2(x/10+1)

Հավասարումը կլինի՝

x/10+x/10+12+x/10+1+2(x/10+1)=x

x+x+120+x+10+2x+20=10x

5x=150

x=30

**Թորգամ Սիմոնյան**

**Պատասխան՝ 30։**

5․ **a, b և c բնական թվերը 13-ի բաժանելիս ստացվում են  համապատասխանաբար 9, 7 և 10 մնացորդները: Ի՞նչ մնացորդ կստացվի a+2b+3c գումարը 13-ի բաժանելիս։**

Քանի որ a, b և c բնական թվերը 13-ի բաժանելիս ստացվում են

համապատասխանաբար 9, 7 և 10 մնացորդներ,ապա գոյություն ունեն x,y,z այնպիսի բնական թվեր,որ a = 13x + 9, b = 13y + 7, c = 13z + 10 :

a+2b+3c = 13x + 9 + 2(13y + 7) + 3(13z + 10) = 13(x+2y+3z) + 53 :

Վերջին արտահայտությունից հետևում է,որ a+2b+3c գումարը 13-ի բաժանելիս ստացված մնացորդը նույնն է ինչ որ 53-ը 13-ի բաժանելիս ստացված մնացորդը,որը հավասար է 1-ի:

**Մենուա Հարությունյան**

Եթե a-ն 13-ի բաժանելիս տալիս է 9 մնացորդ ,ապա ՝

a=13\*p+9

Եթե b-ն 13-ի բաժանելիս տալիս է 7 մնացորդ ,ապա   
b=13\*q+7 ,  
 2b =13\*q+7+13\*q+7=13\*q+13\*q+14=13\*q+13\*q+13+1 =13\*(q+1)+1  
այսինքն 2b-ն 13-ի բաժանելիս կստացվի 1 մնացորդ ։   
Եթե c-ն 13-ի բաժանելիս տալիս է 10 մնացորդ ,ապա

c=13\*k+10  
3с=13\*k+10+13\*k+10+13\*k+10=13\*k+13\*k+13\*k+26+4=13\*(K+2)+4  
այսինքն 3c-ն 13-ի բաժանելիս կստացվի 4 մնացորդ   
a+2b+3c =13\*p+9 +13\*(q+1)+1+13\*(K+2)+4 =13\*p+13\*(q+1)+13\*(k+2)+13+1

**Սյուզի Հակոբյան**

**Պատասխան՝ 1։**

6․ **Արամը գծում է a, b և с կողմերով հավասարասրուն եռանկյուններ, այնպես որ a = y − x,  b = x + z, c = y − z, որտեղ x, y և z բնական թվեր են և x + y + z < 10: Գտեք խնդրի պայմաններին բավարարող  բոլոր հնարավոր եռանկյունների քանակը։**

Եռանկյան պարագիծը կլինի a+b+c=y-x+x+z+y-z=2y

Քննարկենք հավսարակողմ եռանկյան դեպքը՝ a=b=c y-x=x+z, x=z y=3x a=b=c=2x: Եռանկյան կողմի երկարությունը կլինի 2y/3: Քանի որ եռանկյան կողմերը բնական թվեր են, կարող է լինել

* y=3, x=z=1, x + y + z < 10 պայմանը բավարարված է, a=b=c=2
* y=6, x=z=2, x + y + z < 10 պայմանը խախտվում է
* y=9, x=z=3, x + y + z < 10 պայմանը խախտվում է

Քննարկենք այն դեպքը, երբ a=b≠c y-x=x+z, y=2x+z, տեղադրենք x + y + z < 10 պայմանում, կստանանք՝ 3x + 2z < 10

* x=1, z=2 y=4 a=3, b=3, c=2; x=1, z=3, y=5 a=4, b=4, c=2
* x=2, z=1, y=5 a=3, b=3, c=4

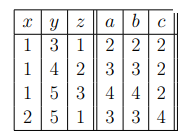
Քննարկենք այն դեպքը, երբ a=c≠b x=z տեղադրենք x + y + z < 10 պայմանում, կստանանք՝ 2x + y < 10

* x=1, y=2 a=1, b=2, c=1 այս կողմերով եռանկյուն հնարավոր չէ
* x=1, y=3 a=2, b=2, c=2 խախտվում է a=c≠b պայմանը
* x=1, y=4 a=3, b=2, c=3 այս եռանկյունն արդեն ունեինք
* x=1, y=5 a=4, b=2, c=4 այս եռանկյունն էլ ունեինք
* x=1, y=6 a=5, b=2, c=5
* x=1, y=7 a=6, b=2, c=6
* x=2, y=3 a=1, b=4, c=1 այս կողմերով եռանկյուն հնարավոր չէ
* x=2, y=4 a=2, b=4, c=2 այս կողմերով եռանկյուն հնարավոր չէ
* x=2, y=5 a=3, b=4, c=3 այս եռանկյուն արդեն ունեինք

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x | y | z | a | b | c |
| 1 | 3 | 1 | 2 | 2 | 2 |
| 1 | 4 | 2 | 3 | 3 | 2 |
| 1 | 5 | 3 | 4 | 4 | 2 |
| 1 | 6 | 1 | 5 | 2 | 5 |
| 1 | 7 | 1 | 6 | 2 | 6 |
| 2 | 5 | 1 | 3 | 3 | 4 |
|  |  |  |  |  |  |

**Գևորգ Հակոբյան**

Քանի որ եռանկյունները հավասարասրուն են, դիտարկենք հնարավոր 3 դեպքը՝ 1) a=b, 2) b=c, 3) a=c:

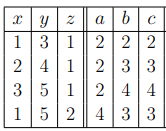


**Դեպք 1․ a=b**

Քանի որ a=b, հետևաբար y-x=x+z, որից էլ հետևում է, որ y=2x+z:

Մյուս կողմից ունենք x + y + z < 10 պայմանը և կիրառելով եռանկյան անհավասարությունը, կգտնենք պայմաններին բավարարող բոլոր հնարավոր եռանկյունները՝

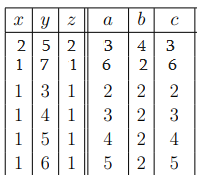
Ստացվում է չորս եռանկյուն` հետևյալ կողմերով (2, 2, 2); (3, 3, 2);  (4, 4, 2);  (3, 3, 4)



**Դեպք 2․ b=c**

Քանի որ b=c, հետևաբար x+z=y-z, որից էլ հետևում է, որ y=x+2z:

Մյուս կողմից ունենք x + y + z < 10 պայմանը և կիրառելով եռանկյան անհավասարությունը, կգտնենք պայմաններին բավարարող բոլոր հնարավոր եռանկյունները։ (2.2,2) կողմերով եռանկյունն արդեն ունենք դեպք 1–ում, հետևաբար 2–րդ դեպքում կստանանք երեք եռանկյուն՝ (2, 3, 3) (2, 4, 4) (4, 3, 3)։



**Դեպք 3․ a=c**

Ինչպես նախորդ դեպքերում, այս դեպքի համար էլ կարելի է հաշվել դեպքին և խնդրի պայմաններին բավարարող բոլոր հնարավոր եռանկյունները։ Դրանց քանակը կլինի հինգ հատ՝ (3, 4, 3), (6, 2, 6), (3, 2, 3), (4, 2, 4),(5, 2, 5)։ (2.2,2) կողմերով եռանկյունն արդեն ունենք դեպք 1–ում։

Այսպիսով, բոլոր եռանյունների քանակը կլինի՝ 4+3+5=12

**Ելենա Օհանյան**

Քանի որ եռանկյունները հավասարասրուն են, դիտարկենք հնարավոր 3 դեպքերը։

1) a=b, 2) b=c, 3) a=c

Դեպք 1․ a=b

Քանի որ a=b հետևաբար y-x=x+z, որտեղից էլ հետևում է որ y=2x+z: Մյուս կողմից ունենք x+y+z<10 պայմանը և կիրառելով եռանկյան անհավասարությունը կգտնենք պայմաններին բավարարող բոլոր եռանկյունները։

Այստեղ կստացվի 4 եռանկյուն՝ (2, 2, 2), (3, 3, 2), (4, 4, 2) և (3, 3, 4):

Դեպք 2 b=c Քանի որ b=c, հետևաբար x+z=y-z,որից էլ հետևում է, որ y=x+2z: Մյուս կողմից ունենք x+y+z<10 պայմանը և կիրառելով եռանկյան անհավասարությունը, կգտնենք պայմաններին բավարարող բոլոր հնարավոր եռանկյունները՝ (2,2,2) կողմերով եռանկյունն արդեն ունենք դեպք 1-ում, հետևաբար 2-րդ դեպքում կստանանք 3 եռանկյուն՝ (2,3,3),(2,4,4) և (4,3,3)

Դեպք 3, a=c

Ինչպես նախորդ դեպքերում, այս դեպքի համար էլ կարելի է հաշվել խնդրի պայմաններին բավարարող բոլոր հնարավոր եռանկյունները, իսկ դրանց քանակը հինգն է՝ (3,4,3),(6,2,6),(3,2,3),(4,2,4),(5,2,5): (2,2,2) կողմերով եռանկյունն արդեն ունենք դեպք 1-ում։

Բոլոր եռանկյունների քանակը կլինի՝ 4+3+5=12

**Թորգոմ Սիմոնյան**

**Պատասխան՝ 6։**

7. **Գտեք այն (n; p) թվազույգերի քանակը, որտեղ n-ը բնական թիվ է, p-ն պարզ թիվ, իսկ ( n+p/n)-ը` բնական թվի քառակուսի։**

Քանի որ n+p/n-ը բնական թվի քառակուսի է, հետևաբար p/n-ը բնական թիվ է, որից էլ հետևում է, որ n-ի երկու հնարավոր տարբերակ կա՝

1) n=1

2) n=p

p+1-ը լրիվ քառակուսի է, հետևաբար

p+1=m²

p=m²-1=(m-1)(m+1)

Քանի որ p-ն պարզ թիվ է և (m+1)>(m-1), ապա՝

m-1=1, m+1=p

Որտեղից՝

m=2, p=3

Այսպիսով երկու հնարավոր տարբերակները կլինեն՝

1) n=1

2) n=3

Կունենանք երկու թվազույգ՝ (1,3), (3,3)

**Սարգիս Ղուկասյան**

p/n կոտորակը պետք է լինի ամբողջ թիվ։ Հնարավոր է, երբ n=1 կամ n=p։

Առաջին դեպքում ունենք, որ 1+p թիվը պետք է լինի ամբողջ թվի քառակուսի, որտեղ p-ն պարզ թիվ է։ 1+p=k2, p=(k-1)(k+1) k-1=1 k=2, p=3 (1,3) թվազույգը։ Երկրորդ դեպքում n=p, 1+p=k2, p=3 (3,3) թվազույգը։

Գևորգ Հակոբյան

**Պատասխան՝ 2։**

8․ **Տրված է f((x+1)/3)=x2+x+3 ֆունկցիան։ Գտեք բոլոր այն a իրական թվերի գումարը, որոնց համար f(a/9)=10:**

Կատարենք նշանակում՝ (x+1)/3=t

x=3t-1

f(t)=(3t-1)²+3t-1+3=9t²-3t+3

Խնդրի պայմանից՝

f(a/9)=10

f(a/9)=9a²-3a+3

a²-3a-63=0

Քանի որ քառակուսային հավասարման տարբերիչը դրական է ապա հավասարումը ունի երկու արմատ որոնց գումարը ըստ Վիետի թեորեմի կլինի 3։

**Սարգիս Ղուկասյան**

է f((x+1)/3)=x2+x+3=(x+1)2-x+2=(x+1)2-(x+1)+3=9((x+1)/3)2-3((x+1)/3)+3

Ունենք f(x)=9x2-3x+3 ֆունկցիան f(a/9)=9a2/81-3a/9+3=a2/9-a/3+3=10

a2-3a-63=0 Այս հավասարման արմատների գումարը կլինի 3

**Գևորգ Հակոբյան**

**Պատասխան՝ 3։**

9․ **Երկու ուղղանկյուններ ունեն նույն մակերեսը: Առաջին ուղղանկյան երկարությունը հարաբերում է լայնության ինչպես 3:1, իսկ երկրորդ ուղղանկյան երկարությունը հարաբերում է լայնության՝  4:3։ Գտեք առաջին ուղղանկյան պարագծի հարաբերությունը երկրորդ ուղղանկյան պարագծին։**

Նշանակենք առաջին ուղղանկյան երկարությունը 3x, լայնությունը կլինի x

Նշանակենք երկրորդ ուղղանկյան երկարությունը 4k, լայնությունը կլինի 3k

Առաջին ուղղանկյան մակերեսը կլինի 3x x = 3

Երկրորդ ուղղանկյան մակերեսը կլինի 4k k =

Ըստ խնդրի պայմանի այս երկու ուղղանկյունների մակերեսները հավասար են

3

X= 2k

Առաջին ուղղանկյան կողմերը կլինեն 2k և 6k, իսկ պարագիծը կլինի 2 (2k + 6k)= 16k

Երկրորդ ուղղանկյան պարագիծը կլինի 2 (4k + 3k)= 14 k

Առաջին և երկրորդ ուղղանկյան պարագծերի հարաբերությունը կլինի

**Սմբատ Պետրոսյան**

S1=3a•a=3a2

S2=4b•3b=12b2

Քանի որ ուղղանկյունների մակերեսները հավասար են՝

S1=S2

3a2=12b2

a2 = 4b2

a=2b

Առաջին ուղղանկյան պարագիծը կլինի՝

P1=2(3a+a) =8a=8•2b=16b

Երկրորդ ուղղանկյան պարագիծը կլինի՝

P2=2(4b+3b)=14b

Առաջին ուղղանկյան պարագծի հարաբերությունը երկրորդ ուղղանկյան պարագծին կլինի՝

P1:P2=16b:14b=8:7

Անի Ավագյան

Առաջին ուղղանկյան երկարությունը նշանակենք 3x, լայնությունը կլինի՝ x

Երկրորդ ուղղանկյան երկարությունը նշանակենք 4y, լայնությունը կլինի՝ 3y

Հաշվենք մակերեսները՝ S1==3x2, S2==12y2

Քանի որ մակերեսները հավասար են,ապա

3x2=12y2

x2=4y2

x=2y

Հաշվենք պարագծերը՝

P1=2(3x+x)=8x=82y=16y:

P2=2(4y+3y)=14y

Ինչպես տեսնում ենք հարաբերությունը կլինի՝ 16y.14y=**8:7**

**Արշակ Մարտիրոսյան**

Քանի որ առաջին ուղղանկյան կողմերը հարաբերում են ինչպես 3:1 ,ապա հարաբերության գործակիցը նշանակելով x ,պարագիծը և մակերեսը կլինի՝  
 =8x  
S=3x\*x=3  
 Քանի որ առաջին ուղղանկյան կողմերը հարաբերում են ինչպես 4:3 ,ապա հարաբերության գործակիցը նշանակելով y ,պարագիծը և մակերեսը կլինի`   
=14y  
S=4y\*3y=12  
Ըստ խնդրի պայմանի ,երկու ուղղանկյուններն ունեն նույն մակերեսը, ուրեմն

3=12=4, x=2y   
Առաջին ուղղանկյան պարագծի հարաբերությունը երկրորդ ուղղանկյան պարագծին կլինի՝   
====

**Սյուզի Հակոբյան**

**Պատասխան՝ 8։7**

10․ **Բազմանկյան բոլոր կողմերի երկարությունները ամբողջ թվեր են, որոնցից ամենամեծը 10 է: Գտեք այդ բազմանկյան հնարավոր ամենափոքր պարագիծը։**

Քանի որ բազմանկյան մի կողմի երկարությունը փոքր է մյուս կողմերի երկարությունների գումարից, իսկ ամենամեծ կողմի երկարությունը 10 է, ուստի այդ բազմանկյան մյուս կողմերի երկարությունների գումարը մեծ 10-ից: Քանի որ բազմանկյան բոլոր կողմերի երկարությունները ամբողջ թվեր են, ուստի բազմանկայն հնարավոր ամենափոքր պարագիծը կստանանք, եթե բազմանկյան մյուս կողմերի երկարությունների գումարը հավասար լինի 10-ից մեծ ամենափոքր ամբողջ թվին, որը 11-ն: Այսպիսով՝ բազմանկյան հնարավոր ամենափոքր պարագիծը 10+11=21-ն է:

Սովորողների հետ կբերենք այս պայմանին բավարարող բազմանկյունների մի քանի օրինակ: Օրինակ՝ 4, 7 և 10 երկարությամբ կողմերով եռանկյուն, որի պարագիծը 21 է:

**Գրետա Բակունց։**

Դրական մակերեսով բազմանկյան մի կողմի երկարությունը փոքր է մյուս բոլոր կողմերի երկարությունների գումարից։ Պարագիծը նվազագույնի հասցնելու համար ընտրենք, որ այդ կողմը լինի ամենաերկարը։ Քանի որ, բոլոր երկարությունները ամբողջ թվեր են, նվազագույնը առնվազն 21։ Այս նվազագույն արժեքը կարելի է ստանալ 5, 6 և 10 երկարությամբ կողմերով եռանկյունով։

P=5+6+10=21

**Թորգոմ Սիմոնյան**

**Պատասխան՝ 21։**