**Հունիսի ֆլեշմոբի խնդիրների լուծումներ**

**Չորրորդ մակարդակ**

1․ **Գտեք x-ի այն բնական արժեքը, որը բավարարում է հետևյալ հավասարմանը**։

$$\left(15+4\sqrt{14}\right)^{x}+\left(15-4\sqrt{14}\right)^{x}=30$$

Նկատենք որ x-ի փոխարեն տեղադրելով մեկ, կստանանք ճիշտ հավասարություն.

(15+4$\sqrt{14}$ ) + (15 - 4$\sqrt{14}$ ) = 30

**Մենուա Հարությունյան**

Կատարենք ձևափոխություններ:

Բոլոր մասերը բաժանենք $\left(15-4\sqrt{14}\right)^{x}-ի վրա$

$\frac{\left(15+4\sqrt{14}\right)^{x}}{\left(15-4\sqrt{14}\right)^{x}}$+$1=\frac{30}{\left(15-4\sqrt{14}\right)^{x}}$

$\frac{(\left(15+4\sqrt{14}\right)\left(15+4\sqrt{14}\right))^{x}}{(\left(15-4\sqrt{14}\right)\left(15+4\sqrt{14}\right))^{x}}$+$1=\frac{30\left(15+4\sqrt{14}\right)^{x}}{(\left(15-4\sqrt{14}\right)\left(15+4\sqrt{14}\right))^{x}}$

$\frac{\left(15+4\sqrt{14}\right)^{2x}}{\left(225-224\right)^{x}}$+$1=\frac{30\left(15+4\sqrt{14}\right)^{x}}{(225-224)^{x}}$

$$\left(15+4\sqrt{14}\right)^{2x}+1=30\left(15+4\sqrt{14}\right)^{x}$$

*Նշ.*$ \left(15+4\sqrt{14}\right)^{x}=t$

*t2-30t+1=0*

*D=900-4=886*

*t1=*$\frac{30+\sqrt{886}}{2}$*=*$15+4\sqrt{14}$

*t2=*$\frac{30-\sqrt{886}}{2}$*=*$15-4\sqrt{14}$

$\left(15+4\sqrt{14}\right)^{x}=15+4\sqrt{14}$*, որտեղից x=1*

$\left(15+4\sqrt{14}\right)^{x}=15-4\sqrt{14}$*,*

$$\left(15+4\sqrt{14}\right)^{x}=\frac{(15-4\sqrt{14})(15+4\sqrt{14})}{(15+4\sqrt{14})}$$

$$\left(15+4\sqrt{14}\right)^{x}=\frac{225-224}{(15+4\sqrt{14})}$$

$$\left(15+4\sqrt{14}\right)^{x}=\frac{1}{(15+4\sqrt{14})}$$

$\left(15+4\sqrt{14}\right)^{x}=\left(15+4\sqrt{14}\right)^{-1}$*որտեղից x=-1,քանի որ բնական թիվ պետք է լինի,ուրեմն x=1*

**Արշակ Մարտիրոսյան**

Ակնհայտ է, որ x=1 հավասարման լուծում է։ Հավասարության ձախ կողմում երկու դրական թվերի գումար է, որոնցից առաջինը մեծ է 15-ից։ x>1 բնական արժեքների դեպքում առաջին գումարելին մեծ կլինի 225-ից և այդպիսի ոչ մի արշեքի դեպքում հավասարությունը չի կարող ճիշտ լինել։

**Գևորգ Հակոբյան**

**Պատասխան՝ 1։**

2. **ABCD զուգահեռագծի BC կողմը 20սմ է։ E կետը BC հատված վրա գտնվում է այնպես, որ BE= 3սմ, իսկ F-ը կետը գտնվում է  AD  հատվածի վրա: Գտեք AF-ը,  եթե EF հատվածը զուգահեռագիծը բաժանում է  երկու հավասար մակերեսներով մասերի:**

Գրենք պայմանը, որ ABEF սեղանի մակերեսը հավասար է զուգահեռագծի մակերեսի կեսին՝

(3+AF)h/2=20h/2, այստեղ h-ը զուգահեռագծի բարձրությունն է; Դժվար չէ հաշվելը, որ AF=17

**Գևորգ Հակոբյան**

**Պատասխան՝ 17։**

3. **Ունենք 8x8 չափի վանդակավոր թուղթ։ Առավելագույնը քանի՞ 5x1 չափի կտոր կարելի է առանձնացնել այդ թղթից։**

Կարող ենք առանձնացնել 12 կտոր։ Օրինակ՝

**Արշակ Մարտիրոսյան**

**Պատասխան՝ 12։**

4. **ABCD քառանկյան մեջ AB=7սմ է, CD=6սմ է, իսկ  անկյուն B-ն՝ 90 աստիճան։ BC կողմի K միջնակետը միացված է D գագաթին այնպես, որ KD և AC ուղիղների կազմած անկյունը 90 աստիճան է։ Գտեք AD հատվածի երկարության քառակուսին։**

Գծագրում կատարենք լրացուցիչ կառուցում ։ B կետից AC ուղղին տանենք BG ուղղահայացը։



Կատարենք նշանակում ` CE=x , KE =y
 Դիտարկենք CEK , CBG նման եռանկյունները , որտեղ նմանության գործակիցն է ՝1/2 , ապա EG=x , BG= 2y ,
Քանի որ <CKE=<CBG =<BAG , <KCE=<ABG ապա եռանկյուն CKE և եռանկյուն ABG նույնպես նման եռանկյուններն են , ուստի կարող ենք կազմել նման կողմերի հարաբերություն ՝
 AG:KE =BG:CE ,AG :y=2y:x => AG= 2y2/x

Դիտարկենք ADE ուղղանկյուն եռանկյունը ,որտեղ AD2 =DE2+AE2 DE2 =CD2- CE2=36-x2 AE=AG+EG=x+2y2/x
 AE2=( x+2y2/x )2= x2 +4y2 +4y4/ x2

AD2=36-x2 +x2 +4y2 +4y4/ x2=36+**4y2 +4y4/ x2**

Նկատենք, որ **4y2 +4y4/ x2**  արտահայտությունը ABG ուղղանկյուն եռանկյան էջերի քառակուսիների գումարն է ՝ **4y2 +4y4/ x2=49 ,** որտեղ **4y4/ x2=49-4y2** AD2=36-x2 +x2 +4y2 +4y4/ x2=36+**4y2 +4y4/ x2=36+**4y2+**49-4y2 =85**

**Սյուզի Հակոբյան**

**Պատասխան՝ 85։**

5. **Տրված է թվերի հաջորդականություն հետևյալ օրինաչափությամբ՝ 1,2,2,3,3,3,4,4,4,4,...: Գտեք, թե ո՞ր թիվն է գրված 1000-րդ տեղում:**

n(n+1)<2000

Օրինաչափությունից տեսնում ենք, որ առաջին տեղում գրված է 1 թիվը, երրորդ տեղում 2, վեցերորդ տեղում 3, տասերորդ տեղում 4 և այդպես շարունակ։

1,3,6,10 . . . Այս թվերը ցույց են տալիս եռանկյուն թվերի շարքը,որտեղ n թվի վերջին անդամի համարը որոշվում է հետևյալ բանաձևով․

Tn=n(n+1)/2

Ըստ այս բանաձևի գտնենք 1000-րդ տեղում գրված թիվը՝

n(n+1)/2=1000

n2+n=2000

n2+n-2000=0

D=1+8000=8001

n=(-1+89,44)/2≈44,7

Մոտակա ամբողջ թիվը 45-ն է,հետևաբար 1000-րդ տեղում գրված է 45։

**Անի Ավագյան**

Տրված շարքում 1 թիվը գտնվում է առաջին տեղում

 2 թվերից վերջին 2 գտնվում է 1+2=3 -րդ տեղում
 3 թվերից վերջին 3 թիվը գտնվում է 1+2+3=6-րդ տեղում

4 թվերից վերջին 4 թիվը գտնվում է 1+2+3+4=10-րդ տեղում
 և այսպես շարունակ

Նկատենք , որ ստացված նոր շարքը՝ ( 1,2,3,4,5,…) այսպես շարունակելով կստացվի թվաբանական պրոգրեսիա , որտեղ
 S(n-1)≤1000<S(n)

(1+n-1)(n-1)/2 ≤1000
 n(n+1)/2<1000
 Փակագծեր բացելով լուծենք անհավասարումների համակարգը
 n(n-1)/2<1000 , n (n-1)<2000 , n2-n-2000≤0
 n(n+1)/2>1000 , n (n+1)>2000 , n2+n-2000>0
 Լուծելով քառակուսի անհավասարումները,կստանանք, որ n= 45
 1000-րդ անդամը սկսվում է 45 թվով ։

**Սյուզի Հակոբյան**

**Պատասխան՝ 45։**

6. **ABC եռանկյան AC կողմի վրա պատահական կերպով նշված է D կետը (տե՛ս նկարը): Գտեք DC հատվա ծի երկարությունը, եթե AB=BD=7, BC=8, AD=2:**

E

ABC եռանկայն B գագաթից տանենք BE բարձրությունը։ ABD հավասարասրուն եռանկյունուց կստանանք՝ ED=AE=1, BE2=48: BCE ուղղանկյուն եռանկյան համար կիրառենք Պյութագորասի թեորեմը՝ 48+(1+CD)2=64, այստեղից CD=3։

**Գևորգ Հակոբյան**

**Պատասխան՝ 3;**

7. **Ծառերի պուրակում տնկվել են միայն բարդու և կեչու ծառեր, որոնց ընդհանուր քանակը 75 է: Պարզվում է, որ չկա այնպիսի 2 բարդու ծառ, որոնց մեջ լինի ճիշտ 5 ծառ: Առավելագույնը քանի՞ բարդի տնկեցին պուրակում։**

Եթե համարենք, որ յուրաքանչյուր 2 բարդու ծառի մեջ կա ճիշտ 5 ծառ, ապա յուրաքանչյուր 2 բարդու ծառերի միջև կա ևս 5-2=3 ծառ: Այդ դեպքում պուրակում բարդիների աավելագույն քանակը, որը նշանակել ենք x-ով, գտնելու համար պետք է գտնենք x-ի այն արժեքները, որոնց դեպքում $\frac{75-2x}{3}-$ը ամբողջ թիվ է:

$\frac{75-2x}{3}=25-\frac{2x}{3}>0$:

Այս պայմանին բավարարող x-ի առավելագույն ամբողջ արժեքը 36 է:

Բայց քանի որ իրականում չկա այնպիսի 2 բարդու ծառ, որոնց մեջ լինի ճիշտ 5 ծառ, ուստի

75-36=39

**Գրետա Բակունց**

Բոլոր ծառերը բաժանենք խմբերի, որոնք 12-ական ծառ ունեն: Կունենանք 6 այդպիսի խումբ և ևս 3 ծառ, որոնք խմբում չեն: Յուրաքանչյուր խմբի ծառեր բաժանում ենք զույգերի՝ 1-ինը 7-րդի հետ, 2-րդը 8-երորդի և այսպես 6-րդը 12-րդի հետ: Նկատենք,որ յուրաքանչյուր զույգի միջև կա 5 հատ ծառ, ինչը նշանակում է, որ այս զույգի մեջ կա մաքսիմում 1 բարդի:Այսինքն կստացվի, որ էդ 6 զույգի մեջ կա առավելագույնը 6 բարդի :Ընդհանուր առմամբ բարդիների քանակը կլինի ոչ ավել, քան 6x6+3=39 հատը:

**Արշակ Մարտիրոսյան**

**Պատասխան՝ 40**

8. **ABCD քառակուսու մեջ առանձնացված են 4 եռանկյուններ, այնպես որ նրանցից ABF եռանկյան  մակերեսը 4 է,  FEC եռանկյանը՝ 3, իսկ ADE- եռանկյանը՝ 2: Գտեք AЕF եռանկյան մակերեսը։**

Քառակուսու կողմը նշանակենք a , իսկ DE , BF համապատասխանաբար b,c :
 ADE ուղանկյուն եռանկյան մակերեսը կգրենք հետևյալ կերպ՝
 a\*b= 4

ABFուղանկյուն եռանկյան մակերեսը կգրենք հետևյալ կերպ՝
 a\*c=8 , ապա c=2b հետևաբար EC=a-b ,BF=a-2b

 EFC ուղղանկյուն եռանկյան մակերեսը կգրենք հետևյալ կերպ՝

(a-b)\*(a-2b)=6

 Կատարենք ձևափոխություններ և a^2-ի նկատմամբ կազմենք քառակուսային հավասարում ՝

a^4-18a^2+32=0

D=324-128=196

a^2 =(18+14)/2=16
 Ստացանք,որ քառակուսու մակերեսը հավասար է 16 :

AEF եռանկյան մակերեսը գտնելու համար ամբողջ քառակուսու մակերեսից կհանենք ADE , EFC , ABF եռանկյան մակերեսները ՝ 16-4-3-2=7

**Սյուզի Հակոբյան**

Կատարենք նշանակումներ ՝

AB = x , FC = y , ED = z հետևաբար

BF = ( x – y ) , EC = ( x – z )

SABF = $\frac{AB x FB}{2}$ = $\frac{x (x-y )}{2}$ = 4

SFEC = $\frac{FCx EC}{2}$ = $\frac{y (x-z )}{2 }$ = 3

SFEC = $\frac{AD x DE}{2}$ = $\frac{XZ}{2}$ = 2

$\left\{\begin{array}{c}x⋅\left(x-y\right)=8 I\\y\left(x-z\right)=6\\xz=4 III\end{array}II\right.$

III- ից z = $\frac{4}{x}$ տեղադրենք II-ի մեջ, կունենանք y($x- \frac{4}{x }$) = 6 , y($\frac{x2-4 }{x }$) = 6 , y = $\frac{6x}{x2-4 }$

Ստացվածը տեղադրենք I- ի մեջ, կունենանք ՝

X2 - $\frac{x . 6x }{x2-4 }$ = 8

$\frac{x2 \left(x2-4 \right)-6x2}{x2-4 }$ = 8

X4 – 4x2 - 6 x2 = 8 x2 – 32

X4 – 18x2 + 32 = 0

Նշանակենք

x2 = t

t2 – 18t + 32 = 0

D = 324 – 128 = 142

t1 = $\frac{18+14}{2 }$ = 16

t2 = $\frac{18- 14}{2 }$ = 2

$\left\{\begin{array}{c}x^{2}=16\\x^{2}=2\end{array}\right.$ $\left\{\begin{array}{c}x=\pm 4 \\x=\pm \sqrt{2}\end{array}\right.$

-4 չի բավարարում , $\pm \sqrt{2}$ չի բավարարում , քանի որ արդյունքում y կլինի բացասական թիվ :

Արդյունքում AB = x = 4 , z = 1 = ED , y = $\frac{24}{12}$ = 2 = FC

SABCD = AB2 = 42 = 16

SAFE = SABCD – (SABF + SFCE + SADE) = 16 – (4 + 3 +2) = 16 - 9 = 7

**Լյովա Սարգսյան**

**Պատասխան՝ 7**։

9. **1, 2, 3, …., 10 թվերից պատահականորեն ընտրում են երեք տարբեր թվեր: Որքա՞ն է հավանականությունը, որ նրանցից մեկը մյուս երկուսի թվաբանական միջինն է:**

Նախ փորձենք օրինակներով․

$$\frac{2+4}{2}=3$$

$$\frac{2+6}{2}=4$$

$\frac{2+8}{2}=5$…

$$C\_{5}^{2}=\frac{5!}{2!3!}=10$$

$$\frac{1+3}{2}=2$$

$$\frac{1+5}{2}=3...$$

$$C\_{5}^{2}=\frac{5!}{2!3!}=10$$

1, 2, 3, …., 10 թվերից պատահականորեն ընտրում են երեք տարբեր թվեր.

$$C\_{10}^{3}=\frac{10!}{3!7!}=120$$

Որքա՞ն է հավանականությունը, որ նրանցից մեկը մյուս երկուսի թվաբանական միջինն է.

$$\frac{20}{120}=\frac{1}{6}$$

**Անի Միրզոյան**

Տասը թվերից երեք թիվ կաորղ ենք ընտրել $C\_{10}^{3}=\frac{10!}{3!∙7!}=\frac{8∙9∙10}{2∙3}=120$

Ընտրենք 10 թվերից 3-ը:Քանակը կլինի՝

$C\_{10}^{3}$*=*$\frac{10!}{7!\*3!}$*=120*

Այդ 3 թվերից, եթե մեկը լինի 1 թիվը, ապա մյուս 2 թվերի գումարի միջին թվաբանականը 1 չի տա

2 թվի դեպքում՝ (1+3)/2 1 դեպք

3 թվի դեպքում՝ (2+4)/2, (1+5)/2, 2 դեպք

4 թվի դեպքում՝ (3+5)/2, (1+7)/2, (2+6)/2 3 դեպք

5 թվի դեպքում՝ (3+7)/2, (2+8)/2, (1+9)/2, (6+4)/2, 4 դեպք

6 թվի դեպքում՝ (3+7)/2, (2+10)/2, (5+7)/2, (8+4)/2, 4 դեպք

7 թվի դեպքում՝ (4+10)/2, (5+9)/2, (6+8)/2 3 դեպք

8 թվի դեպքում՝ (7+9)/2, (10+6)/2, 2 դեպք

9 թվի դեպքում՝ (8+10)/2 1 դեպք

10-ի դեպքում չկա

Ընդհանուր դեպքերի քանակւ եղավ՝20

Իսկ հավանականությունը կլինի՝

20/120=1/6

**Արշակ Մարտիրոսյան**

 **Պատասխան՝ 1/6։**

10. Նվազագույնը քանի՞ տարր պետք է ջնջել {10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90} բազմությունում, որպեսզի բազմության մնացած տարրերի արտադրյալը լինի լրիվ քառակուսի։

$$10∙20∙30∙40∙50∙60∙70∙80∙90=2∙5∙2^{2}∙5∙2∙3∙5∙2^{3}∙5∙2∙5^{2}∙2^{2}∙3∙5∙2∙5∙7∙2^{4}∙5∙2∙3^{2}∙5=2^{16}∙3^{4}∙5^{10}∙7$$

Երկու տարր՝ 10 և 70։

 **Գևորգ Հակոբյան**

**Պատասխան՝ 2։**