**Հուլիսի ֆլեշմոբի խնդիրների լուծումներ**

**Չորրորդ մակարդակ**

1․ **Ութ հաջորդական եռանիշ թվեր այնպիսին են, որ յուրաքանչյուրը բաժանվում է իր վերջին թվանշանի վրա: Ինչի՞ է հավասար այդ թվերից ամենափոքրի թվանշանների գումարը։**

Կիրառելով բաժանելիության հայտանիշները և փորձելով ստավում է, որ այդ թվերն են՝ 841,842,843,844,845,846,847,848

Ամենափոքրը՝ 841, թվանշանների գումարը՝ 8 + 4 + 1 = 13

**Թորգոմ Սիմոնյան**

Դիտարկենք ութ հաջորդական եռանիշ թվերի շարք, որտեղ առաջին կարգում գրված թիվը չի կարող լինել 0 ։

Ուստի առաջին կարգում գրված թիվը կարող է լինել հետևյալ հերթականությամբ ՝ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 կամ 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 ,9, իսկ երկրորդ և երրորդ կարգերում գրված թիվը կմնան անփոփոխ։

Դիտարկենք abc եռանիշ թիվ ( abc=100a+10b+c) որտեղ a, b անփոփոխ են իսկ с կարող է լինել՝ (1,2,3,4,5,6,7,8 կամ 2,3,4,5,6,7,8,9) :  
Քանի որ ութ հաջորդական եռանիշ թվերն այնպիսին են, որ յուրաքանչյուրը բաժանվում է իր վերջին թվանշանի վրա ,այսինքն`  
 100a+10b միաժամանակ բաժանվում է 1,2,3,4,5,6,7,8

կամ   
100a+10b / միաժամանակ բաժանվում է 2,3,4,5,6,7,8,9   
 Ուստի առաջին դեպքում ՝

I. 100a+10b / 8\*7\*5\*3   
 II .100a+10b / 9\*8\*7\*5   
  
 I. 100a+10b / 840   
 II .100a+10b / 2520   
II տարբերակը չի կարող բավարարել,քանի որ, ստացվում է քառանիշ թիվ ։  
Ապա մեր հաջորդականությունը կսկսվի 841թվով և նրա թվանշանների գումարը կլինի՝ 8+4+1=13

**Սյուզի Հակոբյան**

Գտնենք 0-ով վերջացող ամենափոքր եռանիշ թիվը, որ բժանվում է 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 թվերին։ Դժվար չէ, հաշվելը, որ այդ թիվն է 840։ Որոնելի թվերը կլինեն 841, 842, 843, 844, 845, 846, 847, 848։ Ամենաթոքրը կլինի 841, որի թվանշանների գումարն է 13։

**Գևորգ Հակոբյան**

**Պատասխան՝ 13։**

2․**Երկու բնական թվերի արտադրյալ հավասար է 23 · 34 · 52 · 7-ի: Ինչպիսի՞ մեծագույն արժեք կարող է ունենալ նրանց ընդհանուր բաժանարարը:**

Տրված թիվը ներկայացնենք պարզ արտադրիչների արտադրյալի տեսքով՝

23 · 34 · 52 · 7=2·2·2·3·3·3·3·5·5·7

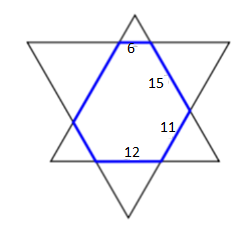
Բնական թվերից մեկը վերցնենք՝ 2·2·3·3·5

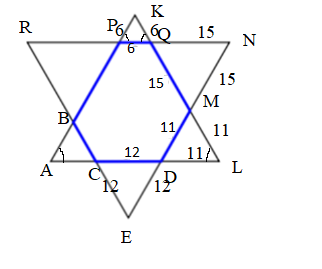
Մյուս թիվը կլինի՝ 2·3·3·5·7

Այս երկու թվերի ընդհանուր բաժանարարի մեծագույն արժեքը կլինի՝ 2·3·3·5=90

**Անի Ավագյան**

**Պատասխան՝ 90։**

3․ **Երկու հավասարակողմ եռանկյուններ, որոնք դրված են իրար վրա, կազմում են  վեցանկյուն, ընդ որում, եռանկյունների  հանդիպակաց կողմերը իրար զուգահեռ են, տես նկարը: Վեցանկյան չորս կողմերի երկարություններն են՝ 6, 15, 11, 12: Գտեք նշված** **վեցանկյան պարագիծը**:

Կատարենք նշանակումներ:

Դիտարկենք եռ.KPQ և եռ. KAL-ը: Քանի որ RN||AL, հետևաբար կունենանք, որ KPQ և KAL եռ. Հավասարասրուն են: Բայց մյուս կողմից ունենք, որ <K=60o(հավասարակողմ եռանկյուն), նշանակում է, որ եռ.KPQ-ն ևս հավասարասրուն է, ուրեմն PK=PQ=6: Նման կերպով կստանանք նաև մյուս փոքր եռանկյունների չափումները, ինչպես տրված է նկարում: EN=38, KL=32, այսինքն AC=32-12-11=9, ուրեմն BC=AB=9, իսկ BP=32-9-6=17:

Ընդհանուր վեցանկյան պարագիծը կլինի՝ 12+11+15+6+9+17=**70**

**Արշակ Մարտիրոսյան**

**Պատասխան՝ 70։**

4․**Գտեք 1 և 0 թվանշաններով գրվող այն տասանիշ թվերի քանակը, որոնք բաժանվում են 24- ի։**

Եթե 1 և 0 թվանշաններով գրվող թիվը բաժանվում է 24-ի, ապա այն բաժանվում է 3-ի և 8-ի:

Եթե այդ տասանիշ թիվը առանց մնացորդ բաժանվում է 8-ի, ապա այդ թվի գրության վերջին երեք թվանշանները 0-ներ են: Ըստ երեքի բաժանելիության հայտանիշի մնացած 7 հատ թվանշաններից երեք կամ վեց հատը պետք է լինեն 1-եր:

Առանձին հաշվենք դրանց քանակները.

Քանի որ առաջին թվանշանը միշտ 1 է, ուստի առաջին դեպքում կլինի` = = 15 թիվ:

Երկրորդ դեպքում կլինի` = 6 :

Այսպիսով կունենանք 15+6=21 հատ 1 և 0 թվանշաններով գրվող թիվ,որոնք բաժանվում են 24- ի։

**Մենուա Հարությունյան**

Որպեսզի թիվը բաժանվի 24-ի, անհրաժեշտ է և բավարար, որ թիվը բաժանվի 24-ի բոլոր բաժանարարների վրա։ Ներկայացնենք 24-ի բաժանարարները. 24- 1 ,2, 3, 4, 6, 8, 12, 24 :

Եթե տասանիշ թիվը միաժամանակ բաժանվի **երեքի և ութի, ապա կբաժանվի նաև մնացած բաժանարարների վրա** ։

**Հիշեցում։   
Երեքի բաժանելիության հայտանիշ** ։ Բնական թիվը բաժանվում է

3-ի միայն այն դեպքում, երբ 3-ի է բաժանվում նրա **կարգերում գրված թվերի գումարը:**  
**Ութի բաժանելիության հայտանիշ** ։ Բնական թիվը բաժանվում է

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1 |  |  |  |  |  |  | 0 | 0 | 0 |

8-ի միայն այն դեպքում, երբ թվի առաջին երեք կարգերում գրված թվերը 0 -են, կամ առաջին երեք կարգերում գրված թվերով կազմված եռանիշ թիվը բաժանվում է 8-ի։  
Քանի որ տասանիշ թիվը պետք է գրենք միայն 0 կամ 1 -ով ,ապա կունենանք հետևյալ տեսքը՝

Մնաց վեց կարգ, որոնցից կա՛մ երկու, կա՛մ հինգ կարգերում կարող ենք գրել 1 իսկ մնացածը ` 0 ։

Խնդիրը կունենա այսպիսի ձևակերպում ․

1.Ունենք վեց վանդակ, որոնցից միայն երկու վանդակում կարող ենք գրել 1 թիվ, իսկ մնացած վանդակներում ՝ 0 ։Քանի” հնարավոր տարբերակ կարող է լինել ։

2.ունենք վեց տեղ, որոնցից միայն հինգ վանդակում կարող ենք գրել 1 թիվը ,իսկ մնացած վանդակներում ՝ 0 ։Քանի” հնարավոր տարբերակ կարող է լինել ։

Ստացվեց հնարավոր տարբերակների քանակը՝ 15+6=21

**Սյուզի Հակոբյան**

**Պատասխան՝ 21։**

5․ Վեց հաջորդական թվերի արտադրյալն ունի հետևյալ 12 նիշանոց թվի տեսքը՝ 𝑎𝑏𝑏𝑐𝑑𝑑𝑐𝑑𝑑𝑎𝑏𝑏, որտեղ 𝑎, 𝑏, 𝑐 և 𝑑 թվանշանները որևէ հերթականությամբ չորս հաջորդական թվեր են: Ինչի՞ է հավասար d թվանշանի արժեքը։

Վեց հաջորդական բնական թվերի արտադրյալը պետք է վերջանա 0-ով, այնպես որ b=0: Հետևաբար a, c, d թվանչանները ինչ որ հերթականությամբ 1, 2, 3 թվանշաններն են։ Նաև վեց հաջորդական թվերի արտադրյալը պետք է բաժանվի 9-ի։ Դրա համար 2a+2c+4d=2(a+b+2d) պետք է բաժանվի 9-ի։ d=3

**Գևորգ Հակոբյան**

**Պատասխան՝ 3։**

6․**Անահիտն անցավ 8կմ՝  քայլելով 4կմ/ժ արագությամբ։ Հետո նա սկսեց վազել 8կմ/ժ արագությամբ։ Որքա՞ն ժամանակ պետք վազի Անահիտը,  որպեսզի նրա միջին արագությունը շարժման ողջ ընթացքում լինի 5կմ/ժ։**

Եթե ճանապարհի այն հատվածը, որն Անահիտը վազում էր 8կմ/ժ արագությամբ նշանակենք x –ով, ապա կստանանք հետևյալ հավասարումը՝

5(16+x)=8(8+x)

3x=16

x=(կմ)

Ուստի՝ Անահիտը պետք է վազի՝

(ժ)=40 (ր)

2·60:3=40(ր)

**Գրետա Բակունց**

Եթե Անահիտը 8 կմ-ը քայլի 4 կմ/ժ արագությամբ, ապա նշանակում է ծախսել է 2 ժ ժամանակ: Վազելու ճանապարհը նշանակենք x կմ, որը նշանակում է , որ նա ծախսել է x/8 ժ ժամանակ: Ամբողջ ճանապարհը կլինի՝ x+8 կմ,իսկ քանի միջին արագությունը 5 կմ/ժ է, ապա ժամանակը կլինի՝ x+8/5: Կազմենք հավասարում՝

80+5x=8x+64

3x=16

x=16/3 կմ

իսկ վազելու ժամանակը կլինի՝ 16/24 ժ=**40 ր**

**Արշակ Մարտիրոսյան**

**Պատասխան 2/3 ժամ կամ 40 րոպե**

7․ 60 խնձոր և 60 տանձ դասավորում են արկղերի մեջ այնպես, որ յուրաքանչյուր արկղ պարունակում է նույն քանակությամբ խնձոր, և ոչ մի երկու արկղ չի պարունակում նույն քանակությամբ տանձ: Առավելագույնը քանի՞ արկղում է հնարավոր դասավորել մրգերն այս եղանակով:

Քանի որ յուրաքանչյուր արկղ պարունակում է նույն քանակությամբ խնձոր, ուրեմն արկղերի քանակը պետք է արտահայտվի 60-ի բաժանարար թվով՝ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15․20․ 30, 60։ Պահանջվում է այնպես դասավորել, որ ոչ մի երկու արկղ նույն քանակությամբ տանձ չպարունակի և արկղերի քանակն էլ լինի առավելագույնը։ Այսինքն, 60 թիվը պետք է ներկայացնել առավելագույն թվով տարբեր գումարելիների տեսքով, ընդ որում գումարելիների քանակը պետք է բավարարի վերևում նշված պայմանին՝ արտահայտվի 60-բաժանարար հանդիսացող թվով։ Առաջին ինը փոքր թվերի գումարը կլինի 1+2+3+4+5+6+7+8+9=45։ Չենք կարող գտնել ևս երեք թիվ, որոնք ընդգրկված չլինեն այս գումարում և նրանց գումարը լինի 15։ Ուստի որոնելի թվերի քանակը կլինի 10։ Օրինակ՝ 1+2+3+4+5+6+7+8+9+15, կամ 1+2+3+4+5+6+7+8+10+14 և այլն։

**Գևորգ Հակոբյան**

**Պատասխան՝ 10։**

8․ **Տրված է քառանիշ թիվ, որի ցանկացած թվանշան ջնջելու դեպքում ստացված եռանիշ թիվը սկզբնական թվի բաժանարարն է: Առավելագույնը քանի՞ քառանիշ թիվ ունի այս հատկությունը:**

Ունենք քառանիշ թիվ, համաձայն խնդիրի պայմանի այդ թվի ցանկացած թվանշան ջնջելու դեպքում ստացված եռանիշ թիվը կլինի սկզբնական թվի բաժանարար։

, , ,

Եթե

**,**

, ուստի

, a-ն պետք է լինի ab=10a+b-ի բաժանարար, a-ն պետք է լինի b-ի բաժանարար

, b-ը պետք է լինի ab=10a+b-ի բաժանարար, b-ը պետք է լինի 10a-ի բաժանարար

Ունենք երեք հնարավոր դեպք**․**

Առավելագույն 14 քառանիշ թիվ

**Անի Միրզոյան**

Տրված քառանիշ թիվը նշանակենք n , իսկ կարգերում գրված թվերը` a,b,c,d ապա ՝ n=1000a+100b+10c+d

Այժմ դիտարկենք դեպքեր, երբ ջնջված է  
1. d թիվը ,ապա ըստ պայմանի՝  
 n/(100a+10b+с)

2. c թիվը ,ապա ըստ պայմանի՝  
 n/(100a+10b+d)  
3. b թիվը ,ապա ըստ պայմանի՝  
 n/(100a+10c+d)

4.a թիվը ,ապա ըստ պայմանի՝  
 n/(100b+10c+d)

Առաջին երկրորդ դեպքերից պարզ է դառնում, որ с, d=0

Քանի որ, եթե ջնջենք d թիվը կստացվի .

n-10\*(100a+10b+с) =d ,բայց 100a+10b+с ≥ 100 , իսկ 0≤ d ≤ 9 , ապա d=0 դեպքն է միայն բավարարում այս պայմանին։   
Քանի որ, եթե ջնջենք d թիվը կստացվի .

n - 10\*(100a+10b+d) =10с ,բայց 100a+10b+d ≥ 100 , իսկ 10≤ 10c ≤ 90 , ապա c=0 դեպքն է միայն բավարարում այս պայմանին։

Այսպիսով մեր քառանիշ թիվն ունի այսպիսի տեսք՝ ab00

Այժմ դիտարկենք դիտարկենք a,b

եթե a=1 , b-այնպիսի թիվ է, որ ab:b , այսինքն հնարավոր տարբերակներն են

b =1,2,5 ( երեք տարբերակ)   
եթե a=2 b-այնպիսի թիվ է, որ ab:b ,այսինքն հնարավոր տարբերակներն են

b =2,4 ( երկու տարբերակ )   
եթե a=3 b-այնպիսի թիվ է, որ ab:b ,այսինքն հնարավոր տարբերակներն են

b =3,6 ( երկու տարբերակ )

եթե a=4 b-այնպիսի թիվ է, որ ab:b ,այսինքն հնարավոր տարբերակներն են

b =4 ,8 ( երկու տարբերակ )

a ≥ 5 յուրաքանչյուրի դեպքում հնարավոր է մեկ տարբերակ ։  
Ստացվեց՝ 3+2+2+2+5\*1=14

**Սյուզի Հակոբյան**

Տրված քառանիշ թիվը նշանակենք : Այս քառանիշ թիվը պետք է բաժանվի եռանիշ թվին, որը ստացվում է քատանիշ թվի միավորը ջնջելիս։ Քառանիշ թիվը գրենք : Առաջին գումարելին բաժանվում է եռանիշ թվին։ Որպեսզի գումարը բաժանվի, պետք է բավարարվի d=0 պայմանը։ Որոնելի քառանիշ թիվը կլինի տեսքի։ Հիմա ջնջենք քառանիշ թվի տասնավորը։ Կստանանք թիվը։ Որոնելի թիվը կբաժանվի եռանիշ թվին այն դեպքում, երբ եռանիշ թիվը բաժանվի երկնի թվին։ Եռանիշ թիվը գրենք ։ Առաջին գումարելին բաժանվում է երկնիշ թվին։ Որպեսզի գումարը բաժանվի, պետք է բավարարվի c=0 պայմանը։ Որոնելի քառանիշ թիվը կլինի տեսքի։ Ջնջենք որոնելի քռանիշ թվի հարյուրավորը։ Կստանանք եռանիշ թիվը։ Որպեսզի որոնելի քառանիշ թիվը բաժանվի այս եռանիշ թվին, օետք է երկնիշ թիվը բաժանվի a թվին։ Ջնջենք որոնելի քռանիշ թվի հազարավորը։ Կստանանք եռանիշ թիվը։ Որպեսզի որոնելի քառանիշ թիվը բաժանվի այս եռանիշ թվին, պետք է երկնիշ թիվը բաժանվի b թվին։ Ստացանք, որ որոնելի քառանիշ թվի սկզբում պետք է լինի այնպիսի երկնիշ թիվ, որոը բաժանվի և իր տասնավորին, և իր միավորին,։ Այդ երկնիշ թվից հետո պետք է լինի երկու հատ 0։ Գրենք այս պայմաններին բավարարող բոլոր քառանիշ թվերը։

1100, 1200, 1500, 2200, 2400, 3300, 3600, 4400, 4800, 5500, 6600, 7700, 8800, 9900

**Գևորգ Հակոբյան**

**Պատասխան՝ 14։**

9**․{1, 2, 3, 4, 5, 6} բազմության յուրաքանչյուր թիվ գրված է 2x3 չափի աղյուսակի վանդակներից միայն մեկում: Քանի՞ եղանակով կարելի է բերված բազմության թվերը գրել այդ աղյուսակում այնպես, որ աղյուսակի յուրաքանչյուր տողում և յուրաքանչյուր սյունակում գրված թվերի գումարը բաժանվի 3- ի :**

|  |  |
| --- | --- |
| 1 | 5 |
| 2 | 4 |
| 3 | 6 |

|  |  |
| --- | --- |
| 1 | 5 |
| 2 | 4 |
| 6 | 3 |

|  |  |
| --- | --- |
| 1 | 2 |
| 5 | 4 |
| 6 | 3 |

|  |  |
| --- | --- |
| 1 | 2 |
| 3 | 6 |
| 5 | 4 |

Այս աղյուսակներից յուրաքանչյուրը կարող ենք 12 տարբերակով ներկայացնել, չխախտելով պայմանը։ 12 \* 4 = 48

**Թորգոմ Սիմոնյան**

**Պատասխան՝ 48։**

10․ **Արմինեն պատրաստել էր մեծ խորանարդ՝ միմյանց սոսնձելով մեծ քանակով փոքր միանման խորանարդիկներ, որից հետո ներկել էր ստացված մեծ խորանարդի որոշ նիստեր: Նրա քույր Նունեն պատահաբար գցում է խորանարդը, որը կոտրվում և բաժանվում է սկզբնական փոքր խորանարդիկներին: Պարզվում է, որ այդ փոքր խորանարդիկներից 45- ի որևէ նիստ ներկված չէր: Մեծ խորանարդի նիստերից քանի՞սն էր ներկել Արմինեն։**

Փոքր խորանարդի կողմի երկարությունը համարենք 1 միավոր։ Դիցուք մեծ խորանարդի կողմի վրա տեղավորվում է n հատ փոքր խորանարդ։ Մեծ խորանարդը հավաքելու համար Արմինեին պետք կլինի n3 հատ փոքր խորանարդ։ Եթե մեծ խորանարդի բոլոր նիստերը ներկենք, չներկված կմնա (n-2)3 հատ փոքր խորանարդ։ Ըստ խնդրի պայմանի կստանանք (n-2)3=45 հավասարումը, որը բնական թվերի բազմությունում լուծում չունի։ Եթե մեծ խորանարդի նիստերից մեկը մաքրենք, չներկված խորանարդների քանակը կավելանա (n-2)2 հատով։ Խնդրի պայմանը կարտահայտվի (n-2)3+(n-2)2=45 հավասարումով որը նորից լուծում չունի բնական թվերի բազմությունում։ Իսկապես, հավասարման ձախ մասը կարող ենք ձևափոխել՝ (n-2)2(n-1)=45: Հավասարման ձախ մասում զույգ թիվ է, իսկ աջ մասում՝ կենտ։ Մեծ խորանարդի մի նիստն էլ մաքրենք։ Չներկված փոքր խորանարդների քանակը կավելանա ևս (n-2)2 հատով։ Խնդրի պայմանը կներկայացվի (n-2)3+2(n-2)2=45 կամ n(n-2)2=45 հավասարումով։ Այս հավասարումը բնական թվերի բազմությունում ունի լուծում՝ n=5։ Ստացվեց, որ Արմինեն հավաքել էր 5x5x5 չափերով խորանարդ, ներկել էր նրա նիստերից չորսը։

**Գևորգ Հակոբյան**

**Պառասխան՝ 4։**