**Հոկտեմբերի ֆլեշմոբի խնդիրների լուծումներ**

**Չորրորդ մակարդակ**

1. **Տղան նկարում է շրջաններ, յուրաքանչյուրը շառավիղներով բաժանում է 3 մասի և այդ մասերը ներկում տարբեր գույներով։ Ունենալով 24 գույնի մատիտներ՝ տղան կարո՞ղ է ստանալ շրջանների այնպիսի հավաքածու, որում յուրաքանչյուր երկու գույնը միասին՝ նույն շրջանի վրա, հանդիպեն ճիշտ մեկ անգամ:**

Ենթադրենք՝ այդպիսի հավաքածու կա։ Առանձնացնենք այն բոլոր շրջանները , որոնք պարունակում են որևէ տվյալ գույնը, օրինակ ՝ կարմիրը։ Այդ դեպքում մնացած 23 գույներից յուրաքանչյուրը ընտրված գույնի հետ մասնակցում է միայն մեկ անգամ: Քանի որ այդ շրջանների մեջ մի մասը կարմիր է ներկված, իսկ մնացած 2 մասը՝ ուրիշ տարբեր գույներով, ապա առանձնացված շրջանները ներկելու համար, բացի կարմիրից, մնացած մասերը պետք է ներկված լինեն զույգ թվով գույներով։ Բայց դա հնարավոր չէ, քանի որ մնացել է կենտ թվով ( 23) գույներ ։

Հնարավոր չէ

**Սյուզի Հակոբյան**

**Պատասխան՝ ոչ:**

1. **𝐴𝐵𝐶𝐷 քառակուսու 𝐵𝐶 և 𝐶𝐷 կողմերի վրա համապատասխանաբար նշված են 𝑀 և 𝐾 կետերն այնպես, որ 𝐶𝑀𝐾 եռանկյան պարագիծը լինի 2։ Գտի՛ր <𝑀𝐴𝐾-ն, եթե քառակուսու կողմը 1 է։**

ABM- ը 900 – ով պտտենք A-ի շուրջ այնպես որ B գագաթը համընկնի D գագաթի հետ կստանանք հետևյալ պատկերը.

A picture containing diagram

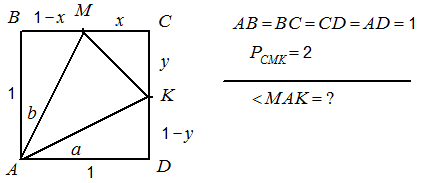
Description automatically generated

Արդյունքում ստացվում է CK = C'K' և C C' = 2BC

PCKM = CK + CM + MK = (BM + MC) + (CK + KD) = 2, այսինքն MK = BM + KD = KK` Նաև AM = AK` , որտեղից AKK’ = AMK և արդյունքում <K'AK = <KAM

Արդյունքում <MAK = < K'AM =1/2 <MAK` = 450

**Լյովա Սարգսյան**



Նշանակենք՝ MC=x, CK=y, <KAD=a, <MAB=b :

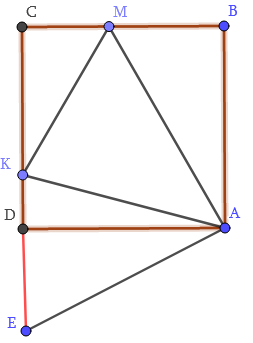
MK=2-(x+y):

Նշենք, որ Հաշվենք՝

Ստացվեց, որ

**Թաթուլ Շահնազարյան**

Քառակուսու CD կողմը D գագաթից շարունակենք DE=BM հատվածի չափով:



Դժվար չէ ապացուցելը, որ ABM և ADE ուղղանկյուն նեռանկյունները հավասար են: Որտեղից հետևում է, որ AM=AE, DAE և BAM անկյունները հավասար են: Վերւին արդյունքից հետևում է, որ EAM անկյունը ուղիղ անկյուն է:

KD=CD-CK, DE=BM=BC-CM, KE=KD+DE=CD-CK+BC-CM=CD+BC-(CK+CM)=2-(CK+CM): Խնդրի պայմանի համաձայն CKM եռանկյան պարագիծը 2 է, հետևաբար MK=2-(CK+CM): Ստացանք, որ MK=KE: Արդեն դժվար չէ ապացուցելը, որ AKM և AKE եռանկյունները հավասար են, որտեզից էլ, որ KAM անկյունը 450 է:

**Հակոբյան Գևորգ**

**Պատասխան՝ 450 :**

1. **Գտի՛ր 𝑥 և 𝑦 այնպիսի բնական թվեր, որ 2𝑥 + 5𝑦 + 2 արտահայտության արժեքը լինի բնական թվի քառակուսի։**

Խնդրում չունենք սահմանափակում x,y թվերի ընտրության հարցում, որը նշանակում է կարող են հավասար լինել նշված թվերը: Տեսնում ենք, որ x=1;y=1 թվերը բավարարում են: 21 + 51 + 2=9=32, ստացվեց,որ այդ թիվը **1**-ն է:

**Արշակ Մարտիրոսյան**

**Ելենա Օհանյան**

Այժմ ապացուցենք, որ այս արտահայտությունը x-ի և y-ի ուրիշ բնական արժեքների դեպքում չի կարող լինել բնական թվի քառակուսի: Դիտարկենք x=1, y>1 դեպքը:

Մեր արտահայտությունը կընդունի 2+5y+2=5y+4 տեսքը: Դիցուք y –ի ինչ որ արժեքի դեպքում այս արտահայտության արժեքը ամբողջ թվի քառակուսի է: Այդ թիվը պետք է լինի կենտ թիվ՝ 5y+4=(2k+1)2, 5y=(2k-1)(2k+3): Հավասարման աջ մասում գտնվող արտադրիչները չեն կարող միաժամանակ լինել 5-ի աստիճաններ: Հետևաբար այս հավասարումը լուծում չունի բնական թվերի բազմությունում:

Դիտարկենք x>1, y=1 դեպքը՝ 2x+5+2=2x+7

Ապացուցենք օժանդակ պնդում. կենտ թվի քառակուսին ունի 4n+1 տեսք: Իսկապես, (2k+1)2=4k2+4k+1 = 4k(k+1)+1=4n+1: Հիմա ցույց տանք, որ մեր 2x+7 արտահայտությունը այս տեսքի արժեք չի ընդունում x-ի բնական արժեքի դեպքում: Քանի որ x>1, 2x-ը կլինի 4-ի բազմապատիկ, 7=4+3, այսինքն 2x+7 արտահայտությունը ունի 4n+3 տեսքը և չի կարող լինել ամբողջ թվի քառակուսի:

Դիտարկենք x>1, y>1 դեպքը: Կիրառելով Նյուտոնի երկանդամի բանաձևը, կունենանք. 2x+5y+2=2x+(4+1)y +2= 2x+4k+3=4n+3: Ստացանք, որ x-ի և y-ի 1-ից մեծ արժեքների դեպքում արտահայտության արժեքը չի կարող լինել ամբողջ թվի քառակուսի:

**Գևորգ Հակոբյան**

**Պատասխան՝ x=1, y=1**

1. **Հակոբը գրեց չորս հաջորդական բնական թիվ: Հետո այդ թվերից կազմեց բոլոր հնարավոր եռյակները: Հաշվեց յուրաքանչյուր եռյակում եղած թվերի գումարը: Արդյունքում այդ գումարներից ոչ մեկը պարզ թիվ չստացվեց: Ո՞րն էր Հակոբի գրած հնարավոր ամենափոքր բնական թիվը:**

Եթե Հակոբի գրած հնարավոր ամենափոքր բնական թիվը նշանակենք n-ով, ապա նրա գրած չորս հաջորդական բնական թվերն են՝   
n, n+1, n+2, n+3:

Հակոբի նման, n, n+1, n+2, n+3 բնական թվերից կազմենք հնարավոր եռյակներ և հաշվենք յուրաքանչյուր եռյակում եղած թվերի գումարը։

Նախ կազմենք հնարավոր եռյակներ՝

n, n+1, n+2

n, n+1, n+3

n, n+2, n+3

n+1, n+2, n+3

Այժմ հաշվեց յուրաքանչյուր եռյակում եղած թվերի գումարը՝

n+n+1+n+2=3n+3

n+n+1+n+3=3n+4

n+n+2+n+3=3n+5

n+1+n+2+n+3=3n+6

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| n | 1 չի բավարարում, քանի որ | 2 չի բավարարում, քանի որ | 3 չի բավարարում, քանի որ | 4 չի բավարարում, քանի որ | 5 չի բավարարում, քանի որ | 6 չի բավարարում, քանի որ | 7 |
| 3n+3 | 3·1+3=6 | 3·2+3=9 | 3·3+3=12 | 3·4+3=15 | 3·5+3=18 | 3·6+3=21 | 3·7+3=24 |
| 3n+4 | 3·1+4=7  (պարզ թիվ է) | 3·2+4=10 | 3·3+4=13  (պարզ թիվ է) | 3·4+4=16 | 3·5+4=19  (պարզ թիվ է) | 3·6+4=22 | 3·7+4=25 |
| 3n+5 | 3·1+5=8 | 3·2+5=11  (պարզ թիվ է) | 3·3+5=14 | 3·4+5=17  (պարզ թիվ է) | 3·5+5=20 | 3·6+5=23  (պարզ թիվ է) | 3·7+5=26 |
| 3n+6 | 3·1+6=9 | 3·3+6=12 | 3·3+6=15 | 3·4+6=18 | 3·5+6=21 | 3·6+6=24 | 3·7+6=27 |

Այսպիսով՝ Հակոբի գրած հնարավոր ամենափոքր բնական թիվը 7-ն է։   
Այս խնդիրը առիթ է, որպեսզի սովորողների հետ վերհիշենք պարզ և բաղադրյալ թվերը։

**Գրետա Բակունց**

Նշանակենք չորս հաջորդական թվերը՝ x-1, x , x+1, x+2

Կազմենք բոլոր հնարավոր եռյակները՝

(x-1,x,x+1 ) , ( x-1,x,x+2) , (x-1,x+1, x+2) , (x,x+1,x+2)

Մյուս եռյակներում թվերի գումարը կրկնվում է։

1. x-1+x+x+1=3x բաժանվում է 3-ի
2. x+x+1+x+2=3(x+1) բաժանվում է 3-ի

x-1+x+x+2=3x+1

x-1+x+1+ x+2=3x+2

x-ին տանք արժեքներ՝

Եթե x=1,ապա 3x+2=5 պարզ թիվ է

Եթե x=2,ապա 3x+1=7 պարզ թիվ է

Եթե x=3,ապա 3x+2=11 պարզ թիվ է

և այլն,

Եթե x=8,ապա 3x+2= 26 ,3x+1=25

Ուստի x=8, հաջորդականությունը կլինի 7,8, 9, 10

**Շողիկ Զեյնալյան**

**Պատասխան՝ 7:**

1. **Նարեն գրեց չորս թիվ և հաշվեց այդ թվերի բոլոր հնարավոր թվազույգերի գումարները, արդյուքնում ստացավ 2, 4, 9, 9, 14 և 16 թվերը: Նշի՛ր այդ չորս թվերը:**

Եթե այս թվերից որևէ երկուսը լինեին իրար հավասար, ապա զույգերի գումարների մեջ պետք է լիներ առնվազն երկու հատ կրկնվող թվազույգ: Քանի որ կրկնվում է միայն մեկ զույգ` 9-ը, ուրեմն բոլոր թվերն իրարից տարբեր են, ուստի `a<b<c<d:

Ակնհայտ է, որ a+b=2, a+c=4, c+d=16, b+d=14

Այստեղից կարելի եզրակացնել, որ a+d=b+c=9 :

Նաև նկատենք, որ

2+4=(a+b)+(a+c)=2a+(b+c)=2a+9

որտեղից էլ ստանում ենք, որ a=−1.5

Արդեն հեշտությամբ կգտնենք մնացած թվերը:

**Սյուզի Հակոբյան**

Այդ թվերը նշանակենք a, b, c , d : Որոշակիության համար ընդունենք, որ Այդ դեպքում կունենանք, որ : Եվ վերջում, ուզած չուզած կունենանք Եթե գրված հավասարումները գրենք համակարգի տեսքով, արդյունքում կստացվի 6 հավասարում, և 4 անհայտ: Այսինքն, այս անհայտները միանշանակ կարող ենք գտնել: Երկրորդ հավասարումից հանենք առաջինը. Այս հավասարումը գումարենք կստանանք՝ Հետևաբար

**Թաթուլ Շահնազարյան**

Նշանակենք թվերը a, b, c, d, e տառերով։ Ենթադրենք՝ դրանք գրված են աճման կարգով։ Խնդրի տվյալներին համապատասխան կազմենք հավասարումների համակարգ և լուծենք այն․

**Հասմիկ Իսրայելյան**

**Պատասխան՝ -1,5; 3,5; 5,5; 10,5**

1. **Ունենք 3 զառ, որոնք համապատասխանաբար 6, 8 և 10 նիստանի են: Յուրաքանչյուր զառ նետում են մեկ անգամ: Գտի՛ր ելքերի այն քանակը, որոնց դեպքում գոնե երկու զառ ցույց կտան 1:**

Դիտարկենք դեպքեր և հաշվենք յուրաքանչյուր դեպքում հնարավոր ելքերի քանակը:

Դեպք I:

1 ցույց են տվել միայն առաջին և երկրորդ զառերը: Հնարավոր ելքերի քանակը հավասար է 1x1x9=9

Դեպք II:  
 1 ցույց են տվել միայն առաջին և երրորդ զառերը: Հնարավոր ելքերի քանակը հավասար է 1x7x 1 =7

Դեպք III:

1 ցույց են տվել միայն երկրորդ և երկրորդ զառերը: Հնարավոր ելքերի քանակը հավասար է 5x1x1=5

Դեպք IV:

1 ցույց են տվել բոլոր զառերը: Հնարավոր ելքերի քանակը հավասար է 1x1x1=1

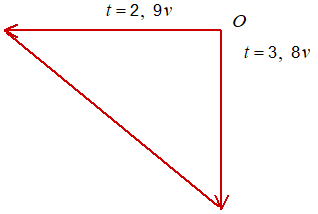
Ընդհանուր տարբերակների քանակը կլինի 9+7+5+1=22:

**Սյուզի Հակոբյան**

**Անի Միրզոյան**

**Պատասխան ՝ 22:**

1. **Օդանավակայանից դուրս եկավ ինքնաթիռն ու շարժվեց դեպի հարավ: Մեկ ժամ անց նույն օդանավակայանից մեկ այլ ինքնաթիռ շարժվեց դեպի արևմուտք: Երկրորդ ինքնաթիռի շարժվելուց 2 ժամ անց ինքնաթիռների միջև հեռավորությունը 2400կմ էր: Գտե՛ք ինքնաթիռների արագությունները, եթե հայտնի է, որ առաջին ինքնաթիռի արագությունը հարաբերվում է երկրորդ ինքնաթիռի արագությանը, ինչպես՝ 8:9:**



Ինքնաթիռը դեպի հարավ ճանապարհին եղել է 3 ժամ, իսկ դեպի արևմուտք՝ 2 ժամ։ Ուրեմն դեպի հարավ անցած ճանապարհը կլինի՝

Գծագրից երևում է, որ ունենք ուղղանկյուն եռանկյուն, ըստ Պյութագորասի թեորեմի՝

,

Ուրեմն

**Զարինե Փանյան**

Լուծենք խնդիրը վերլուծելով այն քայլ առ քայլ, իսկ սկսենք մեր վերլուծությունը վերջից։

Օգտվելով վարը բերված պայմանից որոշենք ինքնաթիռների արագությունները․

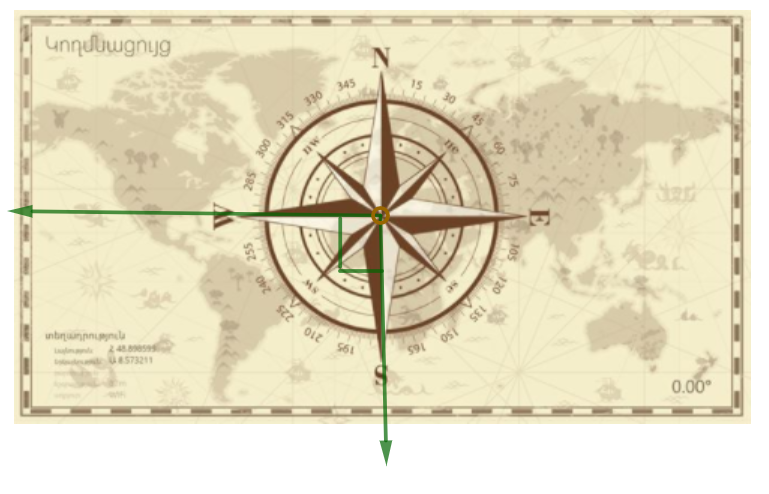
*․․․ Եթե հայտնի է, որ առաջին ինքնաթիռի արագությունը հարաբերվում է երկրորդ ինքնաթիռի արագությանը, ինչպես՝ 8:9:*

Քանի որ արագությունները հարաբերում են ինչպես 8:9, ապա ներմուծելով x փոփոխական և կատարելով փոքրիկ նշանակում՝ առաջին և երկրորդ ինքնաթիռների արագությունները համապատասխանաբար կարող ենք ներկայացնել 8x և 9x տեսքով։

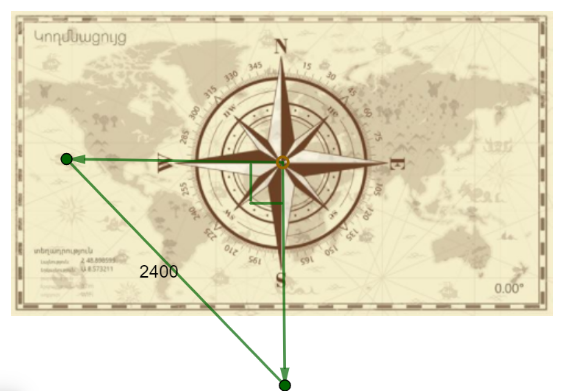
Որոշենք ինքնաթիռներից յուրաքանչյուրի անցած ճանապարը կախված նշանակումից ՝ նախապես որոշելով յուրաքանչյուրի ճանապարհին գտնվելու ժամանակահատվածը։ Դրա համար «*Երկրորդ ինքնաթիռի շարժվելուց 2 ժամ անց ինքնաթիռների միջև հեռավորությունը 2400կմ էր:*» և «*Մեկ ժամ անց նույն օդանավակայանից մեկ այլ ինքնաթիռ շարժվեց*․․․» պայմանները համադրելով, ակնհայտ կդառնան, որ առաջին ինքնադիռն արդեն ճանապարհին է 3 ժամ , իսկ երկրորդը՝ 2։

Այդպիսով, 1-ին և 2-րդ ինքնաթիռները համապատասխանաբար անցել են՝ 3\*8x =24x և 2\*9x=18x ճանապարհ։

Շարունակենք վերլուծել խնդիրը և քննարկենք «*Օդանավակայանից դուրս եկավ ինքնաթիռն ու շարժվեց դեպի հարավ: Մեկ ժամ անց նույն օդանավակայանից մեկ այլ ինքնաթիռ շարժվեց դեպի արևմուտք:*» պայմանները։ Սա մեզ թույլ է տալիս, որոշել, թե ինքնաթիռների հետագծերը ի՞նչ անկյուն են կազմում․ այն է՝ :



Միացնելով ծայրակետերը կստանանք ուղղանկյուն եռանկյուն, որի ներքնածիգը 2400 կմ է, իսկ էջերը՝ 24x և 18x։



Եռանկյան համար գրենք Պյութագորասի թեորեմը և հաշվենք x-ը՝ x=80:

Այսպիսով, առաջին ինքնաթիռի աչագությունը 8\*80=640կմ/ժ, իսկ երկրորդը՝ 9\*80=720կմ/ժ։

**Լուսինե Ներսեսյան**

**Պատասխան՝ 640կմ/ժ; 720կմ/ժ:**

1. **Երեք թվեր, որոնց գումարը հավասար է 105-ի, կազմում են երկրաչափական պրոգրեսիա: Եթե առաջին թիվը մեծացնենք 1-ով, իսկ երրորդը թիվը փոքրացնենք 46-ով, կստանանք թվաբանական պրոգրեսիա կազմող երեք թվեր: Գտի՛ր այդ թվերը:**

Թվերը նշանակենք x,y,z-ով:

x+y+z=105;

Քանի որ նրանք կազմում են երկրաչափական պրոգրեսիա,ապա կունենանք՝

y/x=z/y, կամ y2=xz

Առաջին թիվը մեծացնենք 1-ով, կլինի՝ x+1: Երրորդը՝ փոքրացնենք 46-ով, կլինի z-46, այստեղ ստանցանք թվաբանական պրոգրեսիա,ուրեմն՝

y-x-1=z-46-y, կամ z+x-45=2y:

Ստացանք 3 անհայտով 3 հավասարումների համակարգ՝

1-ին և 3-րդ հավասարումներից՝ 105-y-45=2y, 3y=60; y=20; z+x=105-20=85; հետո կունենանք անհայտով 2 հավասարումների համակարգ՝

Որտեղից էլ x=5; z=80; որոնելի թվերն են՝ **5; 20; 80**

**Արշակ Մարտիրոսյան**

Ունենք երեք թիվ` a, aq, aq2, որոնք կազմում են երկրաչափական պրոգրեսիա: (Հիշեցում․ եթե {an}-ը երկրաչափական պրոգրեսիա է, ապա ցանկացած n բնական թվի համար ճիշտ է հետևյալ բանաձևը՝   an+1=an⋅q, q թիվը կոչվում է երկրաչափական պրոգրեսիայի հայտարար)**:**  
Այդ թվերի գումարը 105 է:   
 a+ aq+ aq2 =105  
Եթե առաջին թիվը մեծացնենք 1-ով, իսկ երրորդը թիվը փոքրացնենք 46-ով, ապա կստանանք թվաբանական պրոգրեսիա կազմող երեք թվեր:  
(Հիշեցում․ թվաբանական պրոգրեսիա անվանում են այն թվային հաջորդականությունը, որի յուրաքանչյուր անդամ, սկսած երկրորդից, հավասար է իր նախորդին գումարած միևնույն թիվը):  
a+1, aq, aq2-46 կազմում են թվաբանական պրոգրեսիա։  
aq=(a+1+aq2-46)/2

Փորձենք լուծել երկու անհայտով երկու հավասարումով համակարգը։

Բաժանենք իրար վրա, հաշվի առնելով այն, որ a-ն զրո չէ, q-ն էլ մեկ չէ։

(1+q+q2) / (1+q2-2q)==105/46  
60q2-255q+60=0  
4q2-17q+4=0  
D=225  
q1=4  
q2=1/4  
Հետևաբար  
q1=4, a=5, aq=20, aq2=80  
q2=1/4, a=80, q=20, aq2=5

**Լիանա Հակոբյան**

**Պատասխան՝5, 20, 80 կամ 80, 20, 5:**

1. **Մեծ քառակուսուց հեռացրել են փոքր քառակուսի, ինչի արդյունքում քառակուսու մակերեսը նվազել է 4%-ով: Քանի՞ անգամ է մեծ քառակուսու կողմը մեծ փոքր քառակուսու կողմից:**

Երբ մեծ քառակուսուց հեռացրին փոքր քառակուսի արդյունքում մակերեսը փոքրացավ 4%-ով ,այստեղից հետևում է, որ փոքր քառակուսու մակերեսը կազմում է մեծ քառակուսու մակերեսի 4/100 մասը = 1/25 մաս ։   
Մեծ քառակուսու մակերեսը 25 անգամ մեծ է փոքր քառակուսու մակերեսից, հետևաբար մեծ քառակուս կողմն էլ կլինի 5 անգամ մեծ փոքր քառակուս կողմից :

**Սյուզի Հակոբյան**

Վերլուծենք խնդիրը։   
1.*Մեծ քառակուսուց հեռացրել են փոքր քառակուսի, ինչի արդյունքում քառակուսու մակերեսը նվազել է 4%-ով:* Պայմանից կարող ենք կատարել հետևություն, որ փոքր քառակուսու մակերեսը հավասար է մեծ քառակուսու մակերեսի 4%-ին։

Եթե նշանակենք մեծ քառակուսու մակերեսը S-ով, ապա փոքր քառակուսու մակերեսը կլինի՝ S\*4/100=S/25; իսկ մեծ և փոքր քռակուսիների կողմերը համապատասխանաբար՝ և :

Քանի՞ անգամ է մեծ քառակուսու կողմը մեծ փոքր քառակուսու կողմից:

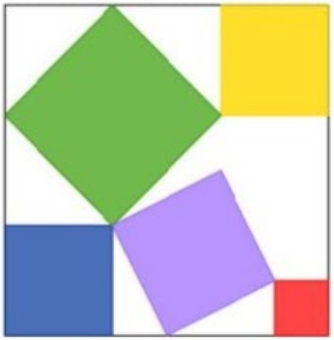
2. *Քանի՞ անգամ է մեծ քառակուսու կողմը մեծ փոքր քառակուսու կողմից:*

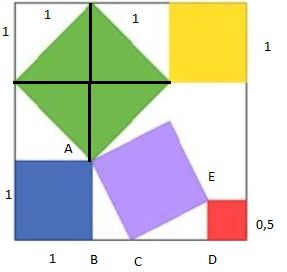
Որոշելու համար, թե քանի՞ անգամ է մեծ քառակուսու կողմը մեծ փոքրի կողմից, պետք է հաշվենք դրանց կողմերի հարաբերությունը․

**Լուսինե Ներսեսյան**

**Պատասխան՝ 5:**

1. **Մեծ քառակուսու մեջ ներկված են տարբեր չափերի քառակուսիներ։ Մեծ քառակուսու ո՞ր մասն է ներկված:**





Դեղին քառակուսու կողմը վերցնենք 1: Դեղին քառակուսու մակերեսը հավասար կլինի 1-ի: Գծագրից պարզ է, որ մեր մեծ սպիտակ քառակուսու կողմը հավասար կլինի 3, իսկ մակերեսը՝ 9: Կանաչ քառակուսու կողմը կգտնենք Պյութագորասի թեորեմով Իսկ մակերեսը հավասար կլինի Կապույտ քառակուսու կողմը հավասար կլինի 3-1-1=1: Իսկ մակերեսը՝ 1: Հաշվենք մանուշակագույն քառակուսու մակերեսը: Դիտարկենք AC=CE,

Այսպիսով՝ C կետը մեր մեծ քառակուսու կողմի միջնակետն է, և BC = DE =1,5-1=0,5:

Մանուշակագույն քառակուսու մակերեսը կարող ենք հաշվել կրկին օգտվելով Պյութագորոսի թեորեմից՝ Մանուշակագույն քառակուսու մակերեսը հավասար կլինի 1,25: Կարմիր քառակուսու կողմը արդեն գտել ենք, 0,5 է: Հետևաբար կարմիր քառակուսու մակերեսը հավասար կլինի 0,25: Այսպիսով, ներկված քառակուսիների մակերեսների գումարը հավասար կլինի 1+2+1+1,25+0,25 = 5,5: Եվ վերջապես կգտնենք, թե մեծ քառակուսու որ մասն է ներկված

**Թաթուլ Շահնազարյան**

**Պատասխան՝ 11/18:**