**Օգոստոսի խնդիրների լուծումներ**

**Չորրորդ մակարդակ**

1․ **Քանի՞ բնական եռանիշ  թիվ կա, որ հինգ անգամ մեծ է իր թվանշանների արտադրյալից:**

Սկզբում հաշվենք բոլոր այն եռանիշ թվերի քանակը, որոնց հնգապատիկը ևս եռանիշ թվեր են: Ամենամեծ եռանիշ թիվը, որի հնգապատիկը եռանիշ է փոքր է 1000:5=200. այն է՝ 199 (199x5=995): Ստացվեց, որ տրված թվի թվանշանների արտադրյալը պետք է չգերազանցի 199-ը:
Պայմանը, որ թիվն իր թվանշանների հնգապատիկին է հավասար, թույլ է տալիս պնդել (օգտվելով 5-ի բաժանելիության հայտանիշից), որ նրա գրության վերջին թվանշանը 5 է. 0 լինել չի կարող, հակառակ դեպքում թվանշանների արտադրյալի հնգապատիկը կլիներ 0, ինչպես նաև թվի գրառման մեջ չեն կարող լինել 0; 2; 4; 6; 8 թվանշանները:

Միավորենք ստացված պայմանները՝ նեղացնելու համար անհրաժեշտ թվերի բազմության շրջանակը:

Այսպիսով, եռանիշ թվի առաջին երկու թվանշանները կարող են ընտրվել 1; 3; 5; 7; 9 թվաշարքից, և քանի որ թվի թվանշանների արտադրյալը պետք է փոքր լիներ 200-ից, ինչպես նաև վերջին թվանշանը 5 է, ապա նրա առաջին երկու թվանշանների արտադրյալը պետք է փոքր լինի 200 : 5 =40: Այդպիսի երկնիշ թվերի քանակը18 է:

Մյուս կողմից թվի թվանշանների արտադրյալի հնգապատիկը պետք է լինի եռանիշ թիվ, մեծ լինի 100-ից: Վերջին պայմանից հետ խնդրի պահնջներին բավարարող 15 թիվ` {155; 175; 195; 335; 355; 375; 395; 515; 535; 575; 715; 735; 755; 915; 935}:

Ստուգելով դրանցից որն է բավարարում խնդրի պայմաններին, կհամոզվենք, որ այդպիսի թիվ կա՝ 175 և այն միակն է:

**Լուսինե Ներսեսյան**

Դիտարկենք abc= 5a\*b\*c, որտեղ c=5 (0 չի կարող ,քանի որ թվանշանների արտադրյալը կհավասարվի 0-ի)

100a+10b+c= 5\*a\*b\*c

100a+10b+5=25\*a\*b ,որտեղ a,b պետք է լինեն կենտ թվեր ( եթե a,b թվերից գոնե մեկը լինի զույգ ,ապա արտադրյալը կլինի 0)

Դիտարկելով բոլոր հնարավոր դեպքերը ,կստանանք ՝

a=1 ,b=7 միակ տարբերակը,որը բավարարում է խնդրի պայմանին ։

**Սյուզի Հակոբյան**

**Պատասխան՝ 1։**

2. **ABCD սեղանի BC և AD հիմքերը 1 և 4 են, մի սրունքը՝ √2: Սեղանի անկյունագծերը փոխադարձաբար ուղղահայաց են: Գտեք  ABCD սեղանի մյուս սրունքի երկարության քառակուսին:**



Մյուս կողմից $x^{2}+y^{2}=1=> x^{2}=1-y^{2}$

$$2=1-y^{2}+16y^{2}=> y^{2}=\frac{1}{15} => x^{2}=1-\frac{1}{15}=\frac{14}{15}$$

$$CD^{2}=\frac{1}{15}+16\frac{14}{15}=\frac{225}{15}=15$$

**Թաթուլ Շահնազարյան**

$\frac{ՕB}{OD}$=$\frac{1}{4}$=$\frac{ՕС}{OA}$

Նշ․ BO=x, CO=y

OD=4x,OA=4y

∆ABO x2+16y2=2

∆BOC x2+y2=1

15y2=1

y2=1/15

x2=14/15

∆COD CD2=CO2+OD2

CD2= 16x2 + y2

CD2=1/15+16x14/15=15

CD=√15 CD2=15

**Շողիկ Զեյնալյան**

**Պատասխան՝ 15։**

3. **ABCD զուգահեռագծի A, B և C գագաթներով անցնող շրջանագիծը M և N կետերում հատում է AD և CD ուղիղները: M կետը B, C և D գագաթներից համապատասխանաբար 4, 3 և 2 հեռավորության վրա է: Գտեք MN-ի երկարությունը:**

Մենուա Հարությունյան



Քանի որ , ABCD զուգահեռագիծ է ,որի հանդիպակած անկյունները իրար հավասար են ,ապա <ABC=<ADC ,իսկ <ADC=< NDM ( որպես հակադիր անկյուններ ) ,ապա <ABC=<ADC=< NDM
<ACB =<MAC, <MAC =<MNC (հավասար լարերի վրա ընկած անկյուններ են ) , ստացվեց ,որ եռանկյուն DMN և CBA իրար նման են ։
Կազմենք նմանության հարաբերությունը ՝
$\frac{MN}{AC}$=$\frac{MD}{AB}$ , AB=MC=3 ,AC=MB=4
MN=$\frac{AC\*MD}{AB}$=$\frac{8}{3}$

**Սյուզի Հակոբյան**

**Պատասխան՝ 8/3։**

4. **Նույն տեսակի ապրանքների 500 օրինակից 300-ը պատկանում է առաջին խմբաքանակին, 200-ը՝ երկրորդ խմբաքանակին: Առաջին խմբաքանակում՝ 6%-ը, իսկ երկրորդում՝ 5%-ը խոտանված ապրանքներ էին: Գտեք պատահականորեն ընտրված ապրանքի խոտանված լինելու հավանականությունը:**

Առաջին և երկրորդ խմբաքանակներում խոտանված ապրանքների քանակը համապատասխանաբար կազմում է՝

300 x 6/100 = 18

200 x 5/100 = 10

Ընդհանուր 18+10=28 խոտանված ապրանք կա:
Հավանականությունը, որ 500 ապրանքից կընտրենք 28 խոտանվածներից մեկը՝

$$\frac{28}{500}=0.056 կամ \frac{28}{500}∙100=5.6\%$$

**Լուսինե Ներսեսյան**

Հաշվենք առաջին խմբաքանակում որքա”ն խոտանված ապրանք կա․

300\*6/100 =18

Հաշվենք երկրորդ խմբաքանակում որքա”ն խոտանված ապրանք կա․

200\*5/100 =10

ընդհանուր կա 10+18=28 խոտանված ապրանք ։ Քանի որ, ընդհանուր կա 500 ապրանք ,ապա խոտանված մասը կկազմի ՝ 28\*100/500=5,60%

**Սյուզի Հակոբյան**

**Պատասխան՝ 5,6%։**

5. **ABC ուղղանկյուն եռանկյան AB ներքնաձիգը D կետում շոշափում  C  կենտրոնով շրջանագիծը, տես նկարը: Որքա՞ն է կարմիրով ներկված պատկերի  մակերեսը:**



$$CD-ն ուղահայաց է AB-ին հետևաբար (CD)^{2}=AD∙DB=4∙2=8$$

$$S=\frac{1}{4}∙π(CD)^{2}=2π:$$

**Թաթուլ Շահնազարյան**

Նկատենք, որ կարմիրով ներկված հատվածը ամբողջական շրջանագծի քառորդ մաս է կազմում։ Այսինքն՝ մեզ անհրաժեշտ է գտնել այդ շրջանագծի շառավիղը, և խնդիրը կլուծվի միանգամից։ Պատկերից պարզ երևում է, որ որնելի շրջանագծի շառավիղը CD հատվածն է, որը միաժամանակ ACB ուղղանկյուն եռանկյան C ուղիղ անկյան գագաթից տարված բարձրություն է։ CD հատվածը առաջացնում է BDC և ADC ուղղանկյուն եռանկյունները։ Այս ուղղանկյուն եռանկյունները նման են, քանի որ ունեն հավասար անկյուններ՝

<ADC= <BDC, <DBC = < DCA, <DAC = <DCB:

Տրված է, որ AD =4, DB = 2: Օգտագործելով նման եռանկյունների հատկությունը․ այն է՝ հավասար անկյունների հանդիպակաց կողմերի հարաբերությունները հավասար են, կազմում ենք հարաբերությունը և գտնում շառավիղը։

$\frac{DB}{CD}$ = $ \frac{CD}{AD }$ ; CD=r

$\frac{2}{r}$ = $ \frac{r}{4 }$ => $r^{2}$=8

$\frac{S}{4}$ = $ \frac{πr^{2}}{4 }$= $\frac{8π}{4}$= 2$ π$

**Հասմիկ Իսրայելյան**

**Պատասխան՝ 2π։**

6. **Տրված է ABCD ուղղանկյունը, Օ կենտրոնով և OK շառավղով շրջանագիծը, որը շոշափում է ուղղանկյան AC անկյունագիծը,  AD, CD կողմերը, տես նկարը: Գտեք  ABCD ուղղանկյան մակերեսը, եթե MN=2, KN=1:**



$$AM=OH, <MNA=<HNO, <AMN=<OHN => ∆AMN=∆NHO =>MN=NH=2$$

Նշանակենք OK=r: $∆ OHN ից \left(NO\right)^{2}=\left(OH\right)^{2}+\left(NH\right)^{2} => \left(1+r\right)^{2}=2^{2}+r^{2}$

$$1+2r+r^{2}=4+r^{2}=> r=1,5$$

$$MP=MN+NK+2r=3+3=6$$

$$PN=MP-MN=6-2=4$$

$$∆AMN\~∆NCP=> \frac{CP}{AM}=\frac{PN}{MN} => $$

$$ CP=\frac{AM∙PN}{MN}=\frac{1,5∙4}{2}=3$$

$$CD=DP+PC=1,5+3=4,5$$

$$S=AD∙DC=6∙4,5=27$$

**Թաթուլ Շահնազարյան**

Միացնենք O կետը Z-ին, իսկ N կետը X-ին: Դիտարկենք եռ.ZNO և եռ.ANX: <OZN=<AXN=900, <ZNO=<MNA=<NAX, կունենանք, որ <ZON=<ANX, եթե շրջանագծի շառավիղը նշանակենք r-ով, ապա տեսնում ենք,որ ZO=NX=r, այսինքն եռանկյունների հավասարության երկրորդ հայտանիշի համաձայն՝ եռ.ZNO = եռ.ANX: Քանի որ, MN=AX=2, hետևաբար՝ NZ=AX=2; դիտարկենք եռ. NZO-ն: Ըստ Պյութագորասի թեորեմի՝ NO2=NZ2+ZO2 , NO=1+r, ZO=r; NZ=2; այսինքն՝ (1+r)2=r2+22,որտեղից r=1,5 :Այստեղից կարելի է գտնել AD=MN+NO+r=2+1+1,5+1,5=6

Այժմ դիտարկենք եռ.ACD և եռ.NZO, նրանք նման եռանկյուններ են,այսինքն՝

$$\frac{ZO}{CD}=\frac{NZ}{AD}$$

$$\frac{1,5}{CD}=\frac{2}{6}$$

Որտեղից էլ CD=9/2=4,5

Արդեն կարելի է գտնել ուղղանկյան մակերեսը՝ SABCD=$AD⋅CD=6⋅4$,5=**27**

**Արշակ Մարտիրոսյան**

**Պատասխան՝ 27**

7.  **ABCD և  AMNP քառակուսինները դրված են այնպես, ինչպես ցույց է տրված նկարում: Գտեք  կապույտով ներկված պատկերի մակերեսը, եթե AMNP քառակուսին տրոհված  է 1 և 3  մակերեսներ ունեցող պատկերների:**



Նայենք AMNP քառակուսուն։ Նկատենք, որ AMNP քառակուսու մակերեսը կլինի 4:

$S\_{AMNP} = 4$, $=> AM = MN = NP = AP = 2$:

Դիտարկենք եռանկյուն AMK-ն

$$S\_{AMK} = \frac{AM ⋅ MK}{2}$$

$$1 = \frac{2 ⋅MK}{2}$$

$$MK = 1$$

Քանի որ $MN = 2$ իսկ $MK = 1$ ապա $KN = 1$



Գտնենք AK

Կիրառում ենք Պյութագորասի թեորեմը MAKեռանկյան վրա։

$AK = \sqrt{AM^{2} + MK^{2}} = \sqrt{5}$

Գրենք AMK եռանկյան մակերեսի բանաձևը

$$S\_{AMK} = \frac{MH ⋅AK}{2}$$

$$1 = \frac{MH ⋅ \sqrt{5}}{2}$$

$$MH = \frac{2}{5}\sqrt{5}$$

Գտնենք KH, օգտվելով Պյութագորասի թեորեմից․

$$KH = KB =\sqrt{MK^{2} - MH^{2}} = \sqrt{1 - \frac{4}{5}}=\sqrt{\frac{1}{5}}$$

Հաշվենք BKN եռանկյան մակերեսը

$$S\_{BKN }= \frac{BK ⋅ BN}{2} = \frac{1}{5}$$

$AB =AK + KB = \sqrt{5} + \sqrt{\frac{1}{5}}$ = $\frac{6\sqrt{5}}{5}$

$$S\_{ABCD} = \frac{36}{5}=7\frac{1}{5} $$

Կապույտ մասի մակերեսը կստացվի

$7\frac{1}{5}$ - $\frac{1}{5}$ - 3 = $4$

**Անի Միրզոյան**

Դիտարկենք AMNP քառակուսին ,որի մակերեսը հավասար է 4 , ապա կարող ենք ասել ,որ քառակուսու կողմը հավասար է 2 :Դիտարկենք AMO ուղղանկյուն եռանկյունը, որում մի էջը հավաար է 2, իսկ մակերեսը ` 1 :
Օգտվելով ուղղանկյուն եռանկյան մակերեսը հաշվելու բանաձևից գտնենք MO կողմը ․

MO\*AM /2=1

MO\*2=2 ,MO=1
Օգտվելով Պյութագորասի թեորեմից ,գտնենք AՕ =$\sqrt{4+1=}\sqrt{5}$Դիտարկենք AMO ևOBN ուղղանկյուն եռանկյունները ,որոնք իրար նման են ( MO=ON ,<AMO=<OBN =90^0 , <MOA=<BON հակադիր անկյուններ )
Կազմենք նման կողմերի հարաբերությունը ՝
$\frac{AO}{ON}$=$\frac{MO}{BO}$ , $\frac{\sqrt{5}}{1}$=$\frac{1}{x}$ , x= $\frac{1}{\sqrt{5}}$
BON եռանկյան մակերեսը հաշվելու համար ,օգտվենք նրանից, ,որ նման եռանկյունների մակերեսների հարաբերությունը հավասար է նմանության գործակցի քառակուսուն,այսինքն՝

$\frac{S\_{AMO}}{S\_{BON}}$=$(\frac{\sqrt{5} }{1})^{2}^{}$ , $s\_{BON}$=$\frac{1}{5}$

Հաշվենք մեծ քառակուսու մակերեսը, որի կողմը հավասար է
AB= AO+OB=$\sqrt{5}$**+**$ \frac{1}{\sqrt{5}}$=$\frac{6\sqrt{5}}{5}$
$s\_{ABCD}$=($\frac{6\sqrt{5}}{5})^{2}^{}$=$\frac{36}{5}$

Այժմ մեծ քառակուսուց հանենք ոչ կապույտով ներկված պատկերների մակերեսները և կստանանք կապույտ մասով ներկված պատկերի մակերեսը․

S=$\frac{36}{5}$-$\frac{1}{5}$-3=4

**Սյուզի Հակոբյան**

Պատասխան՝ 4։

8. **Նկարում պատկերված են 6 հավասար ուղղանկյուններ: Գտեք հարցականով նշված անկյան աստիճանային չափը:**

Ենթադրենք ուղղանկյան լայնությունը x- է , հետևաբար կարող ենք նկատել , որ երկարությունը 2x է:

Ինչպես նշված է նկարում AB=BC, քանի որ հավասար ուղղանկյունների անկյունագծեր են :

Կարող ենք նաև նկատել , որ <ABC = 900 <ABC = <LBF + <FBN = 900

Որպես առընթեր խաչադիր անկյուններ <OCB = <TOC = 450 => որպես կից անկյուններ ? անկյունը

= 1800 – 450 = 1350

**Լյովա Սարգսյան**

****Գծագրում կատարենք լրացուցիչ կառուցում ։


Դիտարկենք եռանկյուն EDF , ABL, DCK ,որոնք իրար հավասար են ըստ եռանկյան հավասարության I հայտանիշի ,ուրեմն համապատասխանաբար հավասար են նաև հավասար կողմերի հանդիպակած անկյունները ՝
<EDF =<ABL =<DCK նշ=<1

Քանի որ , <ABL =<DCK ,իսկ BC-ն AB և DC ուղիղների համար համերքն հատող,ապա կարող ենք ասել ,որ նրանք զուգահեռ ուղիղներ են ,իսկ <ABL =<DCK հանդիասանում են այդ զուգահեռ ուղիղների համար համապատասխան անկյուններ ։Վերոնշյալ կետից,մեզ պարզ դարձավ,որ եռանկյուն FDC -ն հավասարասրուն ուղղանկյուն եռանկյունն է ։

Այժմ դիտարկենք անկյուն BOC- ն։
<BOC= $180^{0}^{}$-(<BOC+<OCB )=$180^{0}^{}$-(9$0^{0}$+<OBL +9$0^{0}$ -$45^{0}^{}$-<DCK) =$45^{0}^{}$

<FOB = $180^{0}^{}$-$45^{0}^{}$=$135^{0}^{}$ (<BOC-ի համար կից անկյուն)

**Սյուզի Հակոբյան**

**Պատասխան՝ 1350։**

9. **Գտե՛ք ABC եռանկյան  A անկյան աստիճանային չափը, եթե  AB=8, BC=7, AC=5:**

49=64+25-2\*8\*5cosA 80cosA=40 cosA=1/2

Կիրառենք կոսինուսների թեորեմը։



$$\left(BC\right)^{2}=\left(AB\right)^{2}+\left(AC\right)^{2}-2AB∙AC∙\cos(a) => $$

$$ \cos(a)=\frac{\left(AB\right)^{2}+\left(AC\right)^{2}-\left(BC\right)^{2}}{2∙AB∙AC}=\frac{64+25-49}{2∙8∙5}=\frac{1}{2} => a=60°$$

**Թաթուլ Շահնազարյան**

Սովորողների հետ կվերհիշենք կոսինուսների թեորեմը։

Ըստ կոսինուսների թեորեմի՝

72=82+52-2·8·5cos<A

49=64+25-80cos<A

cos<A=1/2

<A=600

**Գրետա Բակունց**

Քանի որ AB2<BC2+AC2, եռանկյուն ABC-ն սուր անկյուն եռանկյուն է։ B գագաթից տանենք BD բարձրությունը։

և BCD ուղղանկյուն եռանկյուններից յարող ենք գրել AB2-AD2=BC2-(AC-AD)2 կամ

64-AD2=49-25+10AD- AD2, որտեղից էլ AD=4։ ABD ուղղանկյուն եռանկյան մեջ AD էջը հավասար է AB ներքնաձիգի կեսին, հետևաբար BAD անկյունը կլինի 600։

**Գևորգ Հակոբյան**

**Պատասխան՝ 600 ։**

10. **Տրված են 4 քառակուսիներ, տես նկարը: Ընդհանուրի մակերեսի ո՞ր մասն է զբաղեցնում դեղիոնվ  ներկված պատկերի մակերեսը:**

$$∆CFD\~∆DAM => \frac{CF}{DM}=\frac{FD}{AM} => \frac{x}{3}=\frac{x-1}{1} => x=3x-3 => 2x=3 => $$

$$x=1,5$$

**Թաթուլ Շահնազարյան**

Փոքր քառակուսու կողմը նշանակենք b, իսկ մեծ քառակոսու կողմը a:

$\frac{a}{a-b}=\frac{3b}{b}=>2a=3b=>a=\frac{3b}{2}$ Կարմիրով ընգծած եռանկյունին նման է կանաչով ընդգծած եռանկյունուն



$$\frac{Ստվերագծված պատկերի մակերես}{Ընդհանուր մակերեսին}=\frac{\frac{1}{2}ab}{a^{2}+3b^{2}}$$

Փոխարինելով a=$\frac{3b}{2}$, ունենք

$$\frac{Ստվերագծված պատկերի մակերես}{Ընդհանուր մակերեսին}=\frac{\frac{1}{2}x\frac{3b}{2}x b}{(\frac{3b}{2})^{2+3b^{2}}}=\frac{1}{7}$$

**Սմբատ Պետրոսյան**

**Պատասխան՝ 1/7։**