**Սեպտեմբերի ֆլեշմոբի խնդիրների լուծումներ**

**Չորրորդ մակարդակ**

1. **Քառակուսու ո՞ր մասն է ներկված:**



Անվանենք գագաթները հետագայում ավելի պարզ աշխատելու համար



Դիցուք ունենք ABCD քառակուսին։ Նշանակենք քառակուսու կողմը a-ով` AB=BC=CD=DA=a:

a կողմով քառակուսու մակերեսը կլինի՝ SABCD=a2 :

BD-ն ABCD քառակուսու անկյունագիծն է, որից հետևում է` SABD= SBCD=$\frac{a^{2}}{2}$:

Նկատում ենք, որ AOD և BOM եռանկյունները նման են, քանի որ <BOM=<AOD (հակադիր անկյուններ են); <OMB=<DAO (խաչադիր անկյուններ են)։
Այդպիսով , $\frac{AD}{BM}=\frac{AO}{OM}=\frac{DO}{OB}=\frac{a}{a/2}=2$:

Նման եռանկյունների հատկությունից օգտվելով՝ կարող ենք հաշվել այդ եռանկյունների մակերեսների հարաբերությունը՝ $\frac{S\_{AOD}}{S\_{BOM}}=2^{2}=4$: Վերջին պայմանից՝ $S\_{BOM}=\frac{S\_{AOD}}{4}$:

Փորձենք քառակուսու մեջ կառուցված պատկերների մակերեսների միջև կազմել հավասարություն՝

$S\_{ABD}=S\_{AOD}+S\_{ABM}-S\_{BOM}$

$\frac{a^{2}}{2}=S\_{AOD}+\frac{a^{2}}{4}-\frac{S\_{AOD}}{4}$

Արդյունքում, ստացվեց․

$$S\_{AOD}=\frac{a^{2}}{3}:$$

Ստուգենք AOD եռանկյունը ABCD քառակուսու, որ մասն է կազմում, կամ որ նույնն է, քառակուսու պատկերի որ մասն է ներկված կանաչով՝

$$\frac{S\_{AOD}}{S\_{ABCD}}=\frac{1}{3}:$$

**Լուսինե Ներսեսյան**



Հեշտ է նատել, որ AGD եռանկյան մակերեսը երկու անգամ մեծ է AEG եռանկյան մակերեսից, իսկ AEG եռանկյան մակերեսը կազմում է ABH եռանկյան մակերեսի 1/4 մասը: Այսինքն AGD և CHB եռանկյան մակերեսների գումարը հավասար է ABH եռանկյան մակերեսին: Մյուս կողմից DGC և ABH եռանկյունները իրար հավասար են, այսպիսով DGC եռանկյան մակերեսը կլինի քառակուսու մակերեսի 1/3 մասը:

**Մենուա Հարությունյան**

Ունենք 2a կողմով ABCD քառակուսի: Նախ հաշվենք քառակուսու մակերեսը՝

SABCD =AB2 =4a2

Ներկված պատկերի մակերեսը հաշվելու համար, տանենք AOD եռանկյան OM բարձրությունը և ՕBH եռանկյան OH բարձրությունը, տե՛ս նկարը:



SABH+SBCD-SBOH+SAOD=SABCD

2a$∙$a/2 +2a$∙$2a/2-a.x/2+2a(2a-x)/2=4a2

2a2 +4a2 –ax+4a2 -2ax=8a2

2a2-ax-2ax=0

2a2=3ax

x=2a/3

SAOD= (2a-2a/3)$ ∙$2a/2=4a2/3

SAOD/ SABCD =4a2/3 : 4a2= 1/3

**Լիանա Հակոբյան**

**Պատասխան` 1/3:**

1. **Գտի՛ր շրջանագծի շառավիղը**:

A

O

B

C

D

Խնդիրը լուծելու համար կատարենք լրացուցիչ կառուցում



O կետից տանենք ER - ին զուգահեռ OM ուղիղ, ապա կառաջանան նման եռանկյուններ ՝ APQ և AMO, որոնց կողմերը հարաբերում են` 1:2, այիսնքն՝
PQ=b, MO=2b :

Նման դատողությունը անենք AMO և ACB եռանկյունների համար ( <ACB -ն տրամագծին հենված ներգծյալ անկյունն է, ուստի <ACB=$90^{0}^{}$:

 OM= 2b, BC=4b ,

APQ ուղղանկյուն եռանկյան մեջ, ըստ Պյութագորասի թեորեմի՝
AP=$\frac{\sqrt{r^{2}-4b^{2}}}{2}$
ACB ուղղանկյուն եռանկյան մեջ, ըստ Պյութագորասի թեորեմի, գտնենք

AC =$\sqrt{AB^{2}-CB^{2}}$=$\sqrt{4r^{2}-16b^{2}}$=2$\sqrt{r^{2}-4b^{2}}$

PC=$\frac{3\sqrt{r^{2}-4b^{2}}}{2}$
Ինչպես գիտենք ,եթե շրջանագծի երկու լարեր հատվում են,ապա լարերից մեկի հատվածների արտադրյալը հավասար է մյուս լարի հարվածների արտադրյալին։
AQ\*QB=EQ\*QR

$\frac{r}{2}$\*$\frac{3r}{2}$=(a+b)\*x , որտեղից x=$\frac{3r^{2}}{4(a+b)}$

EP\*PR=AP\*PC
a\*(b+x)=$\frac{\sqrt{r^{2 }-4b^{2}}}{2}$\*$\frac{3\sqrt{r^{2}-4b^{2}}}{2}$
a\*(b+x)=$\frac{3}{4}$($r^{2}-4b^{2}$)
x=$\frac{3}{4a}$($r^{2}-4b^{2}$)-b

$\frac{3r^{2}^{}}{4(a+b)}$=$\frac{3}{4a}$($r^{2}-4b^{2}$)-b
$\frac{3x^{2}}{a+b}$=$\frac{3r^{2}-12b^{2}-4ab}{a}$

$\frac{3x^{2}}{a+b}$=$\frac{3r^{2}-}{a}$-$\frac{4b(3b+a)}{a}$
$\frac{4b(3b+a)}{a}$=$\frac{3r^{2}}{a}- \frac{3r^{2}}{a+b}$=3$r^{2}\frac{b}{a+b}$
3$r ^{2}$=4(a+b)(3b+a)
$r ^{2}$=$\frac{4}{3}$(a+b)(3b+a)
r=$\frac{2\sqrt{3}}{3}\sqrt{(a+b)(3b+a) }$

**Սյուզի Հակոբյան**

B կետը միացնենք շրջանագծի O կենտրոնին և B կետից տանենք AO շառավղին BC ուղղահայացը: Պարզության համար նշանակենք CD=x: Եռանկյունների նմանությունից

$$\frac{x}{b}=\frac{a+b}{\frac{r}{2}}$$

$r^{2}-\left(\frac{r}{2}+x\right)^{2}=\left(a+b\right)^{2}-x^{2}$ $r^{2}-\frac{r^{2}}{4}-rx-x^{2}=\left(a+b\right)^{2}-x^{2}$

$rx=\frac{3r^{2}}{4}-\left(a+b\right)^{2}$

$$\frac{3r^{2}}{4}-\left(a+b\right)^{2}=2b\left(a+b\right)$$

$$\frac{3r^{2}}{4}=\left(a+b\right)\left(a+3b\right)$$

$$r^{2}=\frac{4\left(a+b\right)\left(a+3b\right)}{3}$$

$$r=\frac{2\sqrt{3\left(a+b\right)\left(a+3b\right)}}{3}$$

**Գևորգ Հակոբյան**

**Պատասխան՝** $\frac{2\sqrt{3\left(a+b\right)\left(a+3b\right)}}{3}$

1. **ABCD քառակուսու B գագաթից տարված BF և BE հատվածները CD և AD կողմերը հատում են համապատասխանաբար F և E կետերում: Գտի՛ր AE-ն, եթե CF= 9սմ, BF= 16սմ, <ABE= <EBF:**





Նշանակենք $<FBC=α=> <ABE=\frac{90-α}{2}:$ Նշանակենք $AE=x:$Կատարենք հետևյալ ձևափոխությունը՝

 $\tan(\frac{90-α}{2}=\frac{\sin((90-α))}{1+\cos((90-α))})=\frac{\cos(α)}{1+\sin(α)}=\frac{\frac{\sqrt{175}}{16}}{1+\frac{9}{16}}$:

Մյուս կողմից $\tan(\frac{90-α}{2})=\frac{x}{\sqrt{175}}$: Հավասարեցնելով այս երկու արժեքները գտնենք x-ը:

$$\frac{x}{\sqrt{175}}=\frac{\frac{\sqrt{175}}{16}}{1+\frac{9}{16}} =>x∙\frac{25}{16}=\frac{\sqrt{175}∙\sqrt{175}}{16} =>25x=175=>x=7:$$

**Թաթուլ Շահնազարյան**

F կետից տանենք քառակուսու AD կողմին զուգահեռ, որի հատման կետը BE-ի հետ նշանակենք H, իսկ AB-ի հետ՝ G: Պարզության համար քառակուսու կեղմի երկարությունը նշանակենք a, AE հատվածի երկարությունը՝ x: Դիտարկենք BFG եռանկյունը: BH այդ եռանկյան FBG անկյան կիսորդն է: Կիրառենք անկյան կիսորդի հատկությունը՝

GH/(a-GH)=9/16, որտեղից GH=9a/25: Դիտարկեք BGH և BAE եռանկյունների նմանությունը՝

$$\frac{x}{\frac{9a}{25}}=\frac{a}{9}$$

$$x=\frac{a^{2}}{25}$$

BFC եռանկյունուց a2=256-81=175: Ստացանք AE=x=7

**Գևորգ Հակոբյան**

**Պատասխան՝ 7:**

1. **ABC եռանկյան A գագաթից տարված AD ճառագայթը BC կողմը հատում է D կետում, ընդ որում՝ <BAD:<DAC:<ACD=6:8:2 և AB=DC: Գտի՛ր <BAD; <DAC; <ACD անկյունները:**



Ըստ խնդրի տվյալների՝<BAD=6x, <DAC=8x, <ACD=2x

Խնդիրը լուծելու համար օգտվենք սինուսների թեորեմից։

$$\frac{AD}{AB}=\frac{AD}{DC}$$

$$\frac{sin16x}{sin10x}=\frac{sin2x}{sin8x}$$

$$sin16x\* sin8x= sin10x\*sin2x$$

$$\frac{cos8x-cos24x}{2}=\frac{cos8x-cos12x}{2}$$

$$cos8x-cos24x= cos8x-cos12x$$

$$cos24x= cos12x$$

$$2cos^{2}12x-1=cos12x$$

Նշ․ $cos12x=t$

$$2t^{2}-t-1=0$$

$$t=-\frac{1}{2},t=1$$

$cos12x=-\frac{1}{2}, 12x=\frac{2π}{3},x=10°$,

$$cos12x=1 12x=2 πk,x=30°, չի բավ․$$

<BAD = 60°, <DAC = 80° <ACD = 20°

**Զարինե Փանյան**

Օգտագործելով սինուսների թեորեմը՝ ստանում ենք հետևյալ հավասարումները․ AD/sin2x=DC/sin8x , AD/sin16x=AB/sin10x: Կատարենք համապատասխան ձևափոխումներ․ AD/AB=sin16x/sin10x , AD/DC=sin2x/sin8x => AD/AB=AD/DC => sin16x/sin10x=sin2x/sin8x => sin16x\*sin8x=sin2x\*sin10x => (cos8x-cos24x)/2=(cos8x-cos12x)/2 => cos24x=cos12x => 2cos212x-1=cos12x:

Նշ․ cos12x=t: Կստացվի.
2t2-t-1=0
D=1+8=9
t=(1-3)/4=-1/2 կամ t=(1+3)/4=1:

Ստացվում է, որ
cos12x=-1/2 կամ cos12x=1
12x=2***π***/3 կամ 12x=2***π***k
x=10o կամ x=30o (չի բավարարում) => x=10o:

Այսպիսով՝ <BAD=6\*10=60o; <DAC=8\*10=80o; <ACD=2\*10=20o:

**Ելենա Օհանյան**

**Պատասխան`600, 800, 200**

1. **Տրված են A1 և A2 մակերեսներով քառակուսիներ, ընդ որում A2 մակերեսն ունեցող քառակուսու կողմն ընկած է մեծ քառակուսու անկյունագծի վրա։ Հաշվի՛ր A1/A2 հարաբերությունը։**

Նշանակենք մեծ քառակուսու կողմը x

Անկյունագիծը կլինի x√2



Քանի որ ուղղանկյուն եռանկյան մի անկյունը 45˚է, ապա այդ եռանկյունը հավասարանրուն է => A1 մակերեսով քառակուսու կողմը x/2 => SA1= x2/4 Գծագրում նշված եռանկյունները հավասարասրուն են, ուստի կարող ենք ասել որ A2-ի կողմը հավասար է x√2/3 => SA2=2x2/9 =>

A1/ A2=9/8

**Շողիկ Զեյնալյան**

Մեծ քառակուսու կողմը նշանակենք a, կարմիր քառակուսու կողմը կլինի a/2: Կապույտ քառակուսու կողմի և իր կեսի գումարը կլինի մեծ քառակուսու անկյունագծի կեսը` $\frac{a\sqrt{2}}{2}$: Կապույտ քառակուսու կողմը կլինի $\frac{a\sqrt{2}}{3}$: $A\_{1}=\frac{a^{2}}{4}$ , $A\_{2}=\frac{2a^{2}}{9}$ A1/A2=9/8

**Գևորգ Հակոբյան**

**Պատասխան՝ 9/8**